ମାଧ୍ୟମିକ ବୀଜଗଣିତ

ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ

ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ

ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ,
ସଂଖ୍ୟାଲଘୁ ସମ୍ପ୍ରଦାୟ ଓ ପଛୁଆବର୍ଗ କଲ୍ୟାଣ ବିଭାଗ

ମାଧ୍ୟମିକ ବୀଜଗଣିତ

ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ

(ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ)

ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ
ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ପ୍ରସ୍ତୁତି
ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଗବେଷଣା ଏବଂ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ
ଭୁବନେଶ୍ୱର - ୭୫୧ ୦୦୩

୨୦୨୦

ମାଧ୍ୟମିକ ବୀଜଗଣିତ : ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ (ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ)

ପ୍ରକାଶକ : ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ
ଓଡ଼ିଶା ସରକାର

ପ୍ରସ୍ତୁତି : ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଗବେଷଣା ଏବଂ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ

© : ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଗବେଷଣା ଏବଂ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ

ସମୀକ୍ଷକ : ପ୍ରଫେସର (ଡକ୍ଟର) ତ୍ରିଲୋଚନ ବିଶ୍ୱାଳ

ଲେଖକ ମଣ୍ଡଳୀ : ପ୍ରଫେସର (ଡକ୍ଟର) ତ୍ରିଲୋଚନ ବିଶ୍ୱାଳ
ଡକ୍ଟର ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ
ନଗେନ୍ଦ୍ର କୁମାର ମିଶ୍ର
ମାନସ ମିଶ୍ର
ନାରାୟଣ ସାହୁ

ମୁଖ୍ୟ ସଂଯୋଜକ : ଡକ୍ଟର ତିଲୋତ୍ତମା ସେନାପତି
ସୁଶ୍ରୀ କଳ୍ପନା ପଟ୍ଟନାୟକ

ସଂଯୋଜକ : ଡକ୍ଟର ନୀଳାମ୍ବର ବିଶ୍ୱାଳ

ଡି.ଟି.ପି. : ବିଭୁ ପ୍ରସାଦ ସାହୁ

ଅଗ୍ରଲେଖ

ଓଡ଼ିଶା ସରକାରଙ୍କ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ ମାଧ୍ୟମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟଗୁଡ଼ିକରେ "ଓଡ଼ିଶା ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ" ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଣୀତ ପାଠ୍ୟ ଖସଡ଼ା ପ୍ରଚଳିତ ହୋଇଥାଏ । ଏହି ପାଠ୍ୟ ଖସଡ଼ା ଆଧାରରେ ଆମ ବିଭାଗ ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୋଇଥାନ୍ତି । ଓଡ଼ିଶା ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ ଚଳିତ ଶିକ୍ଷା ବର୍ଷରେ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର ଗଣିତ, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଇଂରାଜୀ ପାଠ୍ୟ ଖସଡ଼ା (Syllabus)ରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ କରିଛନ୍ତି । ସାଂପ୍ରତିକ ପରିସ୍ଥିତିରେ କରୋନା ମହାମାରୀ ସଙ୍କଟ ଓ ତତ୍‌ସହିତ ନୂତନ ସିଲାବସ୍ ଆମ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ନୂତନ ଆହ୍ୱାନ ରୂପେ ଉଭାହୋଇଛି । ଏହାର ସଫଳ ମୁକାବିଲା କରି ଆମ ବିଦ୍ୟାଳୟଗୁଡ଼ିକରେ ଅଧ୍ୟୟନରତ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ କିପରି ପୂର୍ବ ପ୍ରସ୍ତୁତି ସହ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହେବେ, ସେଥିପାଇଁ ବିଭାଗ ତରଫରୁ ନୂତନ ସିଲାବସ୍ ଆଧାରିତ ଉପରୋକ୍ତ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ସବୁ ଅଭିଜ୍ଞ ଶିକ୍ଷକମଣ୍ଡଳୀଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି ।

ସାରା ବିଶ୍ୱ ଏବେ କରୋନା ମହାମାରୀ ସଂକ୍ରମଣ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଭାବିତ । ଏହି ସଙ୍କଟ ଯୋଗୁଁ ଆମ ଓଡ଼ିଶାର ବିଦ୍ୟାଳୟ ସବୁ ଗତ ମାର୍ଚ୍ଚ ମାସରୁ ବନ୍ଦ ରହିଛି । ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କର ଶିକ୍ଷାଦାନ ଏହାଦ୍ୱାରା ବିଶେଷଭାବେ ପ୍ରଭାବିତ ହୋଇଅଛି । ବିଭିନ୍ନ ବିକଳ୍ପ ଉପାୟ ଅବଲମ୍ବନ ଦ୍ୱାରା ବିଭାଗ ତରଫରୁ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ପାଠପଢ଼ାକୁ ଆଗେଇ ନେବାପାଇଁ ପ୍ରକ୍ରିୟା ନିରନ୍ତର ଜାରି ରହିଛି । ଦଶମ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷା ପ୍ରସ୍ତୁତି ନିମିତ୍ତ ବଜାରରେ ମିଳୁଥିବା ଟେଷ୍ଟପେପର ଇତ୍ୟାଦିର ଉପଲବ୍ଧତା ଦୂରଦୂରାନ୍ତରେ ରହୁଥିବା ଆମ ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀଙ୍କ ପାଇଁ ସହଜନୁହେଁ । ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷା ପ୍ରସ୍ତୁତି କିପରି ଫଳପ୍ରଦ ହେବ, ସେଥିପାଇଁ ଗଣିତ, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଇଂରାଜୀ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ପାଞ୍ଚଗୋଟି ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ବିଭାଗ ତରଫରୁ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇ ସେମାନଙ୍କୁ ବଣ୍ଟନ କରାଯାଉଛି ।

ଆଶା କରୁଛି, ଏହି ସହାୟକ ପୁସ୍ତକସବୁ ସେମାନଙ୍କୁ ପାଠ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ ଉତ୍ତମ ରୂପେ ବୁଝିବା ସହ ଦଶମ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷା ପ୍ରସ୍ତୁତିରେ ବିଶେଷ ସହାୟକ ହେବ ।

ରଞ୍ଜନା ଚୋପ୍ରା, ଆଇ.ଏ.ଏସ୍.
ପ୍ରମୁଖ ଶାସନ ସଚିବ
ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ

ଭୂମିକା

କୋଭିଡ୍- ୧ ୯ ମହାମାରୀ ଜନିତ ପ୍ରତିକୂଳ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ପ୍ରତିହତ କରି ରାଜ୍ୟର ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ବର୍ଗର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଶିକ୍ଷା ପ୍ରଦାନ ପାଇଁ ଆମ ବିଭାଗ ବହୁ ବିକଳ୍ପ ଶୈକ୍ଷିକ ବ୍ୟବସ୍ଥା ଗ୍ରହଣ କରିଛି । ଏବେ ପିଲାମାନେ ଘରେ ରହୁଛନ୍ତି । ବିଦ୍ୟାଳୟ ବନ୍ଦ ଅଛି । ନିଜ ଘରେ, ନିଜ ଗାଁରେ ରହି ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ କିପରି ପାଠ ପଢ଼ି ଆଗକୁ ବଢ଼ିବେ ସେଥିପାଇଁ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ ସମୟୋପଯୋଗୀ ଶୈକ୍ଷିକ ରଣକୌଶଳ ସହ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପଦକ୍ଷେପ ତଥା ଉଦ୍ୟମ ଜାରି ରଖିଛି ।

ଏହି ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ଓଡ଼ିଶା ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରଣୀତ ପାଠ୍ୟ ଖସଡ଼ା ଅନୁଯାୟୀ ଆମ ବିଭାଗ ଅଧିନସ୍ଥ ବିଦ୍ୟାଳୟ ସମୂହରେ ଅଧ୍ୟୟନରତ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଗଣିତ, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଇଂରାଜୀ ବିଷୟ ଅତ୍ୟନ୍ତ ସରଳ, ସାବଲୀଳ ଓ ବୋଧଗମ୍ୟ ଭାବେ ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ଆକାରରେ ଉପସ୍ଥାପିତ ହୋଇଛି । ଛାତ୍ରଛାତ୍ରୀମାନେ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷାରେ କିପରି ଭଲ କରିବେ ସେଥିପ୍ରତି ଧ୍ୟାନ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଆଶା କରୁଛି ଏହି ସହାୟକ ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ ବିଦ୍ୟାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ବୌଦ୍ଧିକ ବିକାଶ ସହ ସେମାନଙ୍କ ପାଠୋନ୍ନତି ତଥା ଦଶମ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷା ସଫଳ ଭାବେ ସମ୍ମୁଖୀନ ହେବା ପାଇଁ ବିଶେଷ ସହାୟକ ହେବ ।

ଶ୍ରୀମତୀ ଗୁହା ପୁନମ୍ ତାପସ କୁମାର, ଆଇ.ଏ.ଏସ୍.
ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ (ଏସ୍.ଟି.)
ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ

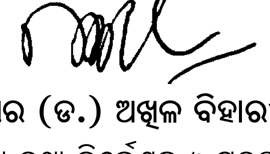
ମୁଖବନ୍ଧ

ଓଡ଼ିଶା ସରକାରଙ୍କର ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ ଅଧିନସ୍ଥ ମାଧ୍ୟମିକ ବିଦ୍ୟାଳୟଗୁଡ଼ିକର ପାଠ୍ୟଖସଡ଼ା 'ଓଡ଼ିଶା ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ' ଦ୍ୱାରା ପରିଚାଳିତ ହୋଇଥାଏ। ଏହି ବିଦ୍ୟାଳୟଗୁଡ଼ିକର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଗଣଙ୍କ ମେଧାକୁ ପ୍ରସାରିତ କରିବା ସକାଶେ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ (SCSTRTI) ଲଗାତର ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ଶୈକ୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ ପରିଚାଳନା କରିଥାନ୍ତି। ସେହି ଶୈକ୍ଷିକ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ପାଠ୍ୟବହିର ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ପ୍ରକାଶନ ଏକ ପ୍ରମୁଖ କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ। ଏହି ପରିପ୍ରେକ୍ଷୀରେ ୨୦୨୦-୨୧ ଶିକ୍ଷାବର୍ଷର ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ ପାଇଁ ବୀଜଗଣିତ, ଜ୍ୟାମିତି, ଜୀବ ବିଜ୍ଞାନ, ଭୌତିକ ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଇଂରାଜୀ ବିଷୟର ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ପ୍ରକାଶିତ ହୋଇଛି।

ଏବେ କେବଳ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର ପାଠ୍ୟ ଆଧାରରେ ବାର୍ଷିକ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷାର ପ୍ରଶ୍ନ ପ୍ରସ୍ତୁତ ହେଉଛି। ତେଣୁ ଚିରାଚରିତ ଭାବରେ ବୋର୍ଡ଼ ପରୀକ୍ଷାକୁ ଆଖିଆଗରେ ରଖି ସାଧାରଣ ବିଦ୍ୟାଳୟର ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଗଣ ବଜାରରେ ଉପଲବ୍ଧ ଟେଷ୍ଟପେପର ଇତ୍ୟାଦି ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ଉପରେ ଅଧିକ ନିର୍ଭରଶୀଳ ହେଉଛନ୍ତି। ମାତ୍ର ଆମର ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଓ ଜନଜାତି ବିଦ୍ୟାଳୟର ପରୀକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ କେବଳ ପାଠ୍ୟବହି ପଢ଼ି ପରୀକ୍ଷାର ସମ୍ମୁଖୀନ ହୁଅନ୍ତି। ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନେ ପ୍ରଶ୍ନବହୁଳ ପାଠ୍ୟକୁ ହଜମ କରିବା ପାଇଁ ଏକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତକର ଆବଶ୍ୟକତାକୁ ଅନୁଭବ କରି ଏହି ବହିସବୁ ଅଭିଜ୍ଞ ଲେଖକମଣ୍ଡଳୀଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଅଛି।

ଏବେ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀ ବୋର୍ଡ ପରୀକ୍ଷା ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରର ଢାଞ୍ଚା ବଦଳି ଯାଇଛି। ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ରର ଏହି ନୂତନ ଶୈଳୀଟି ଉକ୍ତ ପୁସ୍ତକରେ ପ୍ରତିଫଳିତ ହୋଇଛି। ପ୍ରତ୍ୟେକ ଅଧ୍ୟାୟରେ ପ୍ରଥମେ ପାଠ୍ୟର ତତ୍ତ୍ୱ ଅବତାରଣା କରାଯାଇ ଉଦାହରଣ ଜରିଆରେ ପ୍ରାଞ୍ଜଳ ଭାବରେ ବୁଝାଇ ଦିଆଯାଇଛି। ଶେଷରେ ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ତଥା ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର ସନ୍ନିବେଶିତ ହୋଇଛି।

ଆଶାକରୁଛୁ, ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏହି ପୁସ୍ତକ ଉପାଦେୟ ସାବ୍ୟସ୍ତ ହେବ।



ପ୍ରଫେସର (ଡ.) ଅଖିଳ ବିହାରୀ ଓଟା
ଉପଦେଷ୍ଟା ତଥା ନିର୍ଦ୍ଦେଶକ ଓ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ସଚିବ
ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଗବେଷଣା ଓ ପ୍ରଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରତିଷ୍ଠାନ

ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀଙ୍କୁ ପଦେ ....

ରାଜ୍ୟ ସରକାରଙ୍କର ଅନୁସୂଚିତ ଜନଜାତି ଓ ଅନୁସୂଚିତ ଜାତି ଉନ୍ନୟନ ବିଭାଗ ତରଫରୁ ତୁମମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଏକ ପ୍ରଚେଷ୍ଟା କରାଯାଇ ନୂତନ ଶିକ୍ଷାର୍ଥୀ ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ଚଳିତ ବର୍ଷ (୨୦୨୦ ମସିହା)ରେ ଦଶମ ଶ୍ରେଣୀର ଗଣିତ, ବିଜ୍ଞାନ ଓ ଇଂରାଜୀ ସିଲାବସ୍‌ରେ କିଛି ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଯାଇଛି । ଏହି ନୂତନ ସିଲାବସ୍ ସାଙ୍ଗକୁ କୋଭିଡ-୧୯ (COVID-19) ଭଳି ପରିସ୍ଥିତି ତୁମମାନଙ୍କ ପାଠପଢ଼ା କ୍ଷେତ୍ରରେ ବଡ଼ ଆହ୍ୱାନ ସୃଷ୍ଟି କରିଛି । ଗତ ମାର୍ଚ୍ଚ ମାସରୁ ତୁମମାନଙ୍କର ପାଠପଢ଼ାରେ ଅନେକ ବ୍ୟାଘାତ ଘଟିଛି । ଏହି ପ୍ରତିକୂଳ ପରିସ୍ଥିତିକୁ ତୁମେମାନେ କିପରି ସାମ୍‌ନା କରିବ ଓ ପାଠପଢ଼ାରେ ଆଗେଇବ, ସେଥିପାଇଁ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ଭାବେ ଏହି ବିଷୟଗୁଡ଼ିକର ସହାୟକ ପୁସ୍ତକସବୁ ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ଏହି ପୁସ୍ତକଗୁଡ଼ିକ ତୁମ ପାଇଁ ଉଦ୍ଦିଷ୍ଟ ରାଜ୍ୟ ସରକାରଙ୍କ ମାଧ୍ୟମିକ ବୋର୍ଡଦ୍ୱାରା ପ୍ରଣିତ ପ୍ରଚଳିତ ପୁସ୍ତକର ଏକ ଏକ ସହାୟକ ପୁସ୍ତକ । ଏହି ପୁସ୍ତକରେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟବସ୍ତୁକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଚିତ୍ର ସହିତ ସରଳ, ସାବଲୀଳ ଭାଷାରେ ଲେଖାଯିବା ସଙ୍ଗେ ସଙ୍ଗେ ଅଭ୍ୟାସ କାର୍ଯ୍ୟରେ ନୂତନ ପ୍ରଶ୍ନ ଓ ଉତ୍ତର ଦିଆଯାଇଛି । ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରକାରର ପ୍ରଶ୍ନ, ଯଥା : ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ, ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ଉତ୍ତରମୂଳକ ଓ ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ଇତ୍ୟାଦି ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ଜ୍ଞାନ, ବୋଧ, ପ୍ରୟୋଗ ଓ କୌଶଳ ଆଧାରିତ କରି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରାଯାଇଛି । ତତ୍‌ସହିତ ୨୦୨୦ ମସିହାରେ ହୋଇଥିବା ମାଟ୍ରିକ ପରୀକ୍ଷାର ସମସ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନପତ୍ର ଓ ଏହାର ଉତ୍ତର ମଧ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି । ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟ ତୁମେ କିପରି ନିଜେ ନିଜେ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବିନା ସହାୟତାରେ ପଢ଼ିପାରିବ, ତାହା ଉପରେ ଗୁରୁତ୍ୱ ଦିଆଯାଇଛି ।

ଏହି ପୁସ୍ତକସବୁ ତୁମମାନଙ୍କ ପାଇଁ ଅଧିକ ସହଜ, ଉପାଦେୟ ଓ ଆଦୃତ ହେବ ବୋଲି ଆଶା କରାଯାଉଛି । ତୁମେମାନେ ଏହାର ପଠନ ଓ ଅଭ୍ୟାସ କରି ଶିକ୍ଷଣ ପ୍ରକ୍ରିୟାରେ ସଫଳତା ହାସଲ କରିବା ଆମର କାମ୍ୟ ।

ଲେଖକ ମଣ୍ଡଳୀ

ବିଷୟ ସୂଚୀ

ଅଧ୍ୟାୟ		ବିଷୟ	ପୃଷ୍ଠା
ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ	:	ସରଳ ସହସମୀକରଣ (Linear Simultaneous Equations)	୧-୨୦
ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ	:	ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ (Quadratic Equations)	୨୧-୩୮
ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ	:	ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି (Quadratic Equations)	୩୯-୫୭
ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ	:	ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (Probability)	୫୮-୭୦
ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ	:	ପରିସଂଖ୍ୟାନ (Statistics)	୭୧-୮୫
ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ	:	ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି (Co-ordinate Geometry)	୮୬-୯୯
ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ	:	ସଡ଼କ ସୁରକ୍ଷା ଶିକ୍ଷା (Road Safety Education)	୧୦୦-୧୧୩
● 2020 ମସିହା ବାର୍ଷିକ ପରୀକ୍ଷା (Set-A) ର ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର			୧୧୪-୧୨୬

CLASS- X SYLLABUS ALGEBRA
ONLY FOR THE ACADEMIC SESSION (2020-21)

REDUCTION

ମାଧ୍ୟମିକ ବୀଜଗଣିତ

୧. ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ :-
 ୧.୬ (ଅଣ ସରଳରୈଖିକ ସହସମୀକରଣ)
 ୧.୭ (ଅଣ ସରଳରୈଖିକ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ସମାଧାନ ହେଉଥିବା ପାଟିଗଣିତ)

୨. ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ :- ୨.୮

୩. ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ :- ୩.୩

୪. ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ :-
 ୫.୨.୧ ରେ ଥିବା ସୋପାନ ବିଚ୍ୟୁତ ପ୍ରଣାଳି
 ୫.୨.୨ ରେ ଥିବା ଓଜାଇଭ୍

୫. ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ :- ୬.୫

୬. ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ :- ୭.୪

ମାଧ୍ୟମିକ ଶିକ୍ଷା ପରିଷଦ, ଓଡ଼ିଶା, କଟକ ଦ୍ୱାରା ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ
ମୂଲ୍ୟାୟନ ଶୈଳୀ ଓ ମାର୍କ ବିଭାଜନର ସାରଣୀ

ଗଣିତ

ସମୟ : ୨.୪୫ ମି. ପୂର୍ଣ୍ଣସଂଖ୍ୟା : ୧୦୦

'କ' ବିଭାଗ (ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ)

- **ବୀଜଗଣିତ**

ଏହାକୁ ପାଞ୍ଚଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରା ଯାଇଛି ।
ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ ରହିଛି ।
ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ ୧ ନମ୍ବର । ୫ x (୧ x ୫) = ୨୫

- **ଜ୍ୟାମିତି**

ଏହାକୁ ପାଞ୍ଚଟି ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରା ଯାଇଛି ।
ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗରେ ପାଞ୍ଚଗୋଟି ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ ରହିଛି ।
ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ ୧ ନମ୍ବର । ୫ x (୧ x ୫) = ୨୫

ମୋଟ୍ = ୫୦

'ଖ' ବିଭାଗ (ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ)

- **ବୀଜଗଣିତ**

(କ) ପାଞ୍ଚ ନମ୍ବର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ପ୍ରଶ୍ନ ୫ x ୨ = ୧୦
(ଖ) ଚାରି ନମ୍ବର ବିଶିଷ୍ଟ ତିନୋଟି ପ୍ରଶ୍ନ ୪ x ୩ = ୧୨

ମୋଟ୍ = ୨୨

- **ଜ୍ୟାମିତି**

(କ) ପାଞ୍ଚ ନମ୍ବର ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଉପପାଦ୍ୟ ଓ ଗୋଟିଏ ଅଙ୍କନ ୫ x ୨ = ୧୦
(ଖ) ପାଞ୍ଚ ନମ୍ବର ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ଅନୁଶୀଳନୀଗତ ପ୍ରଶ୍ନ ଓ ଗୋଟିଏ ତ୍ରିକୋଣମିତିକ ପ୍ରଶ୍ନ ୫ x ୨ = ୧୦
(ଗ) ଚାରି ନମ୍ବର ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି ପରିମିତି ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପ୍ରଶ୍ନ ୪ x ୨ = ୦୮

ମୋଟ୍ = ୨୮

***

ପ୍ରଥମ ଅଧ୍ୟାୟ

ସରଳ ସହସମୀକରଣ

(LINEAR SIMULTANEOUS EQUATIONS)

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ :

1. ସରଳସମୀକରଣ :

ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ରେ ସରଳ ସମୀକରଣର ସାଧାରଣ ରୂପ : $ax + b = 0$, ଯେଉଁଠି $a \neq 0$ । ଏ ସମୀକରଣଟିର ଗୋଟିଏ ସମାଧାନ ଅର୍ଥାତ୍ ଗୋଟିଏ ମୂଳ ବା ବୀଜ (root) ଥାଏ । ଉକ୍ତ ସମୀକରଣରୁ ପାଇବା, $x = -\frac{b}{a}$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି x ଓ y ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସରଳ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ସାଧାରଣ ରୂପ ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା । ସାଧାରଣ ରୂପଟି ହେଲା : $ax + by + c = 0$ ଯେଉଁଠାରେ a ଓ b ଯଥାକ୍ରମେ x ଓ y ର ସହଗ ଓ c ଏକ ଧ୍ରୁବକ ରାଶି । a, b ଓ c ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା । ମନେରଖିବାକୁ ହେବ ଯେ, $a^2 + b^2 \neq 0$ ଅର୍ଥାତ୍ a ଓ b ସହଗ ଦ୍ୱୟ ଏକ ସଙ୍ଗେ 0 (ଶୂନ) ସହ ସମାନ ନୁହଁନ୍ତି ।

2. ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ସହ ସମୀକରଣ :

ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ଏକ ସମୀକରଣର ନମୁନା ନିମ୍ନରେ ପ୍ରଦତ୍ତ :

(i) $2x+y = 5$

ଦୁଇଟି ରବର ଓ ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ମୋଟ ଦାମ୍ 5 ଟଙ୍କା । ଏହିପରି ଏକ ଉକ୍ତିର ଗାଣିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ ହେଉଛି ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣ ।

ଗୋଟିଏ ରବରର ଦାମ୍ x ଟଙ୍କା, ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ଦାମ y ଟଙ୍କା ଏବଂ ଦୁଇଟି ରବର ଓ ଗୋଟିଏ ପେନ୍‌ସିଲ୍‌ର ମୋଟ୍ ଦାମ୍ 5 ଟଙ୍କା ହେଲେ, ଆମେ ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣଟି ପାଇବା ।

x ଓ y ର ମୂଲ୍ୟ କ'ଣ ହୋଇପାରେ ଦେଖିବା ।

$2x + y = 5$

x ର ମାନ ଲାଗି 1 ନେଲେ ପାଇବା

$2 \times 1 + y = 5$

$\Rightarrow 2 + y = 5$

$\Rightarrow$ $y = 5 - 2$

$\Rightarrow$ $y = 3$

ଅର୍ଥାତ୍ $x = 1$ ହେଲେ, $y = 3$

ସେହିପରି, x ର ମାନ 2 ନେଲେ, ପାଇବା $y = 1$

x ର ମାନ 3 ନେଲେ, ପାଇବା $y = -1$

ଏହିପରି x ଓ y ଲାଗି ଅସରନ୍ତି ଯୋଡ଼ା ମିଳିବ ।

ନିଜେ ଆଉ ଚାରିଯୋଡ଼ା ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ଚେଷ୍ଟା କର ।

ଆମେ ଦେଖିଲେ :

ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣରୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିଦ୍ୱୟ ଲାଗି କୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ଯୋଡ଼ାମାନ ମିଳୁନାହିଁ ।

x ଓ y ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ଅନ୍ୟ ଏକ ସମୀକରଣ ନେବା ।

(ii) $x + 2y = 1$

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ପୂର୍ବଭଳି x ଓ y ଲାଗି ଅସଂଖ୍ୟ ଯୋଡ଼ାମାନ ମିଳିବ । କେତେକ ଯୋଡ଼ାମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇ ସୁବିଧା ଲାଗି ଏକ ସାରଣୀରେ ତଳେ ଲେଖାଯାଇଛି ।

ସମୀକରଣ (ii) $x + 2y = 1$ ରୁ ପ୍ରାପ୍ତ x ଓ y ର ମାନ :

x	1	2	3	−1	−2
y	0	−½	−1	1	1½

ଆହୁରି ଅନେକ ଯୋଡ଼ା ସମ୍ଭବ ।

ସମୀକରଣ (i) $2x + y = 5$ ରୁ ପ୍ରାପ୍ତ x ଓ y ର ମାନ :

x	1	2	3	−1	−2
y	3	1	−1	7	9

ଆହୁରି ଅନେକ ଯୋଡ଼ା ସମ୍ଭବ ।

ଉଭୟ ସମୀକରଣର ମାନ-ସାରଣୀକୁ ଦେଖିଲେ, ଗୋଟିଏ କଥା ଦେଖିବା, ତାହା ହେଲା -

ଉଭୟ ସାରଣୀରେ $x = 3$ ଓ $y = -1$ ରହିଛି । ଉଭୟ ସମୀକରଣରୁ ଆଉ ଯେତେ ଯୋଡ଼ା ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ମଧ୍ୟ ଉଭୟ ଲାଗି ଅନ୍ୟ କୌଣସି ସାଧାରଣ ମାନ ମିଳିବ ନାହିଁ ।

ସିଦ୍ଧାନ୍ତ : ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ଦୁଇଟି ସମୀକରଣରୁ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିଦ୍ୱୟର ଲାଗି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ମିଳିଥାଏ ।

ଏଣୁ **ଦୁଇଟି ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ସମ୍ବଳିତ ଦୁଇଟି ସମୀକରଣରକୁ ଆମେ ସହସମୀକରଣ କହିଥାଉ** ଏବଂ ସେ ଦୁଇଟିକୁ ସମାଧାନ କରି ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିର ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ମାନ ନିଣ୍ଣୟ କରିଥାଉ । x ଓ y ଅଜ୍ଞାତରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସହ ସମୀକରଣର ଲୈଖିକ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଦୁଇଟି ସରଳ ସମୀକରଣର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ ।

3. ସହ-ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ଜ୍ୟାମିତିକ ପରିପ୍ରକାଶ :

ମନେକର ଦତ୍ତ ଏକଘାତୀ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ......(i)

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ......(ii)

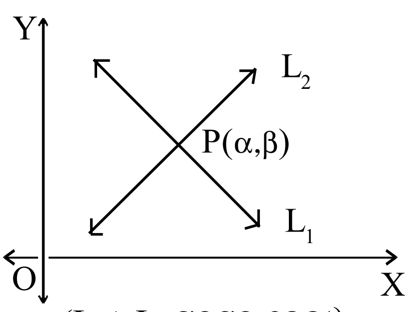
ଯେଉଁଠାରେ $a_1^2 + b_1^2 \neq 0$ ଏବଂ $a_2^2 + b_2^2 \neq 0$ ଅର୍ଥାତ୍ a_1, b_1 ଏବଂ a_2, b_2 ଏକ ସଙ୍ଗେ 0 ସହ ସମାନ ନୁହଁନ୍ତି ।

ମନେକର ସମୀକରଣ (i) ଓ (ii) ର ଲେଖଚିତ୍ର (ଯେଉଁ ଗୁଡ଼ିକ xy- ସମତଳ ରେ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା) ଯଥାକ୍ରମେ L_1 ଓ L_2 । ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଲେଖିବା -

$L_1 : a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ......(i)

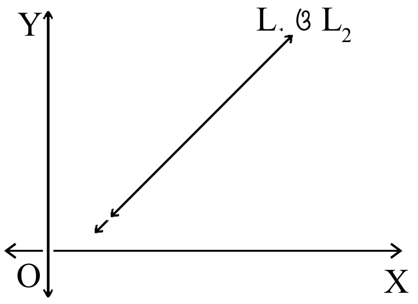
ଏବଂ $L_2 : a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ......(ii)

ଅନୁଧ୍ୟାନ କଲେ ଆମେ ଦେଖିପାରିବା ଯେ, ଏହି ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ xy- ସମତଳରେ (ମନେକର ପ୍ରଥମ ବୃତ୍ତପାଦରେ) ତିନି ପ୍ରକାରରେ ଅବସ୍ଥିତ ହୋଇ ପାରିବେ ।



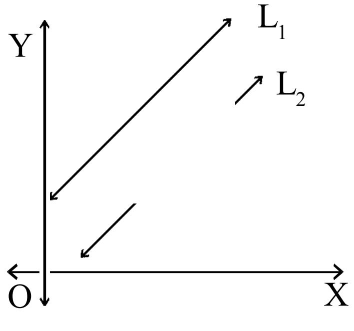
(L_1 ଓ L_2 ପରସ୍ପର ଛେଦୀ)

ଚିତ୍ର -1



(L_1 ଓ L_2 ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ)

ଚିତ୍ର -2



(L_1 ଓ L_2 ସମାନ୍ତର)

ଚିତ୍ର -3

ଚିତ୍ର -1 : L_1 ଓ L_2 ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ, ସେମାନଙ୍କର କେବଳ ଗୋଟିଏ ଛେଦବିନ୍ଦୁ P ଓ ଏହି ବିନ୍ଦୁଟି ଉଭୟ L_1 ଓ L_2 ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଏହାର ସ୍ଥାନଙ୍କ (α,β) ଅର୍ଥାତ୍ $x = \alpha$ ଓ $y = \beta$ ଦ୍ୱାରା ଉଭୟ ସମୀକରଣ (i) ଓ (ii) ସିଦ୍ଧ ହୁଅନ୍ତି । ଅତଏବ (i) ଓ (ii) ର କେବଳ ଗୋଟିଏ (ଅନନ୍ୟ) ସମାଧାନ ରହିବ ।

ଚିତ୍ର -2: L_1 ଓ L_2 ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ । ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ଅସଂଖ୍ୟ । ଅତଏବ ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ।

ଚିତ୍ର -3 : L_1 ଓ L_2 ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସହ ସମାନ୍ତର । ଅର୍ଥାତ୍ ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଛେଦୀ ହେବେ ନାହିଁ । ଅତଏବ ସହ ସମାକରଣଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସରଳ ରେଖା ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ହେଲେ, ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

4. ଲେଖଚିତ୍ର ଦ୍ୱାରା ସହସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ :

ଗୋଟିଏ ସରଳସମୀକରଣର ଲେଖଚିତ୍ର କିପରି ଅଙ୍କନ କରାଯାଏ ସେ ବିଷୟରେ ନବମ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆଲୋଚନା କରାଯାଇଛି । ଲେଖଚିତ୍ର ସାହାଯ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ଏକଘାତୀ ସହ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କିପରି କରାଯାଏ ସେ ସମ୍ପର୍କରେ ଆମର ଆଲୋଚନା ନିମ୍ନରେ ଉଦାହରଣମାନଙ୍କ ମାଧ୍ୟମରେ ବୁଝିବା ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର ।

$x + y - 4 = 0$ .... (i) $\qquad$ $x - y = 0$ .... (ii)

ସମାଧାନ : ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟରୁ y କୁ x ରୂପରେ (ଅଥବା x କୁ y ରୂପରେ) ପ୍ରକାଶ କଲେ,

$x + y - 4 = 0 \Rightarrow y = 4 - x$

x	0	2
y	4	2

ଏବଂ $x - y = 0 \Rightarrow y = x$

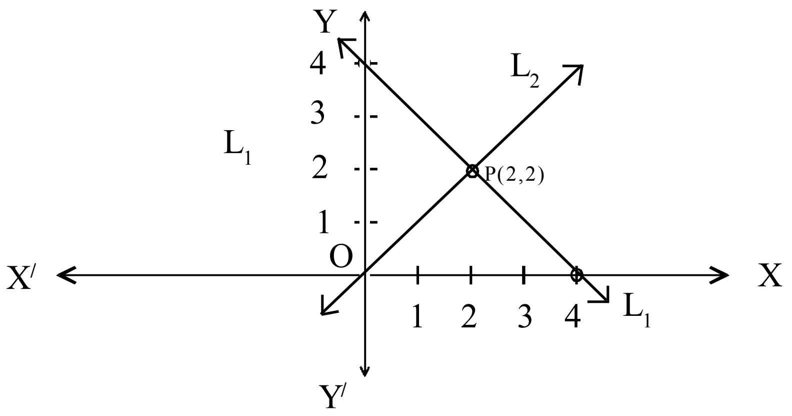
x	0	2
y	0	2

ସମୀକରଣ (i) ରେ x ର ମାନ 0 ଓ 2 ପାଇଁ y ର ଆନୁସଙ୍ଗିକ ମାନ ଦତ୍ତ ଟେବୁଲରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

$\therefore$ P_1 ଓ P_2 ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (0,4) ଓ (2,2) ଅଟେ ।

ସେହିପରି ସମୀକରଣ (ii) ରେ x ର ମାନ 0 ଓ 2 ପାଇଁ y ର ଆନୁସଙ୍ଗିକ ମାନ ଦତ୍ତ ଟେବୁଲରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

$\therefore$ Q_1 ଓ Q_2 ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (0,0) ଓ (2,2) ଅଟେ ।



ଏଠାରେ L_1 ଓ L_2 ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ P(2,2) ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁଛନ୍ତି ।

$\therefore$ $x = 2$ ଓ $y = 2$ ଉକ୍ତ ସହସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ନିମ୍ନଲିଖିତ ସହ ସମୀକରଣମାନଙ୍କ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଅନନ୍ୟ (ଏକମାତ୍ର) ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ କି ନୁହେଁ ପରୀକ୍ଷା କରି ଦେଖ ।

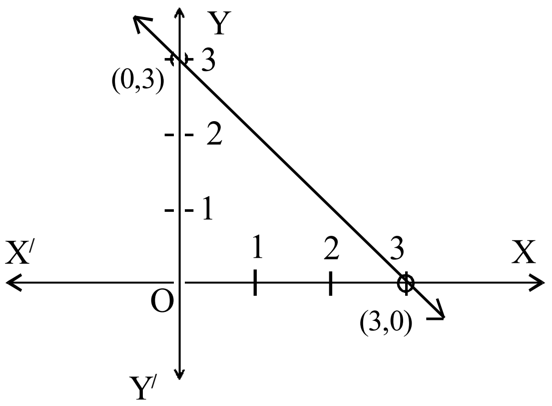
(a) $x + y - 3 = 0$ ଓ $2x + 2y - 6 = 0$, (b) $x + y - 3 = 0$ ଓ $x + y - 5 = 0$

ସମାଧାନ : (a) ଏଠାରେ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ

$x + y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 - x$ .... (i)

$2x + 2y - 6 = 0 \Rightarrow 2y = 6 - 2x \Rightarrow y = 3 - x$ ....(ii)

ଏଠାରେ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ଅଭିନ୍ନ ଅଟନ୍ତି । ତେଣୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୀକରଣ (0,3) ଓ (3,0) ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ିମାନଙ୍କ ଦ୍ୱାରା ସିଦ୍ଧ ହେଉଛନ୍ତି । ସୁତରାଂ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସରଳରେଖା ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ । ସେମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ ମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଅସଂଖ୍ୟ ।



$\therefore$ ଦତ୍ତ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅନନ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ ।

(b) ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ

$x + y - 3 = 0 \Rightarrow y = 3 - x$ .... (i)

$x + y - 5 = 0 \Rightarrow y = 5 - x$ .... (ii)

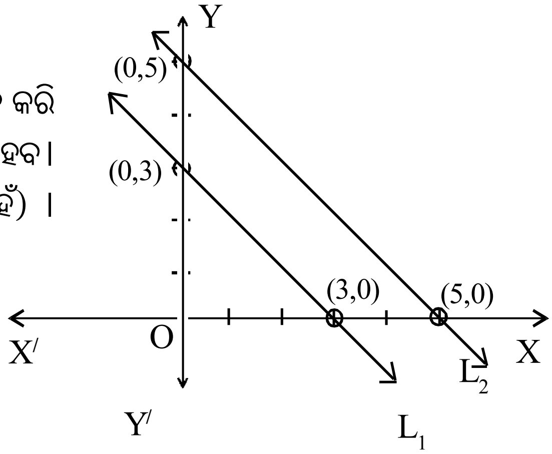
x	0	3
y	3	0

.... (i)

x	0	5
y	5	0

.... (ii)

ଲେଖକାଗଜରେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଅକ୍ଷ ନେଇ ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ସଂସ୍ଥାପନ କରି ଏହି ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ L_1 ଓ L_2 ଅଙ୍କନ କଲେ ତାହା ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ହେବ। ଏଣୁ ସେମାନଙ୍କର କୌଣସି ସାଧାରଣ ବିନ୍ଦୁ (ଛେଦବିନ୍ଦୁ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ) । ସୁତରାଂ ପ୍ରଦତ୍ତ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର କୌଣସି ସମାଧାନ ନାହିଁ ।



5. ସହସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ ପାଇଁ ସର୍ତ୍ତ :

ଉପରୋକ୍ତ ଲେଖଚିତ୍ର ତିନୋଟିକୁ ଅନୁଧ୍ୟାନ କରି ଆମେ ଏହି ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ଉପନୀତ ହେଲୁ ଯେ, ଦୁଇଟି ସରଳରେଖା ପରସ୍ପରକୁ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ, ଗୋଟିଏ ସମାଧାନ ରହିବ । ଅସଂଖ୍ୟ ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କଲେ (ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ ହେଲେ) ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ରହିବ । କିନ୍ତୁ ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଆଦୌ ଛେଦ ନ କଲେ (ସରଳରେଖା ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ହେଲେ) ଆଦୌ ସମାଧାନ ରହିବ ନାହିଁ । ଏଣୁ ଯେଉଁ ସହସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ ଅଛି ତାହାକୁ ସଙ୍ଗତ ସମୀକରଣ । ଯେଉଁ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ ନାହିଁ ତାହାକୁ ଅସଙ୍ଗତ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ ।

ପୁନଶ୍ଚ ସଂଗତ ସମୀକରଣ ପୁଣି ଦୁଇ ପ୍ରକାରର । ଗୋଟିଏ ସଂଗତ ଓ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର (ଯାହାର କେବଳ ଗୋଟିଏ ସମାଧାନ ଅଛି । । ଅନ୍ୟଟି ସଙ୍ଗତ ଓ ନିର୍ଭରଶୀଳ ଯାହାର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ଅଛି ।

ମନେକର ଏକଘାତୀ ସହ ସମୀକରଣ ଦୁଇଟି $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ଓ $a_2x + b_2y + c_2 = 0$

ପ୍ରତ୍ୟେକ ସମୀକରଣର ଲେଖଚିତ୍ର ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳରେଖା । ଯେଉଁଠାରେ a_1, b_1 ଏକ ସଙ୍ଗେ ଶୂନ ନୁହଁନ୍ତି ଓ a_2, b_2 ମଧ୍ୟ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଶୂନ ନୁହଁନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ -1 ରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅନନ୍ୟ ସମାଧାନ ମିଳୁଅଛି ।

ଏଠାରେ $a_1 = 1, b_1 = 1, c_1 = -4$ ଏବଂ $a_2 = 1, b_2 = -1, c_2 = 0$

$\therefore \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{1}$ ଓ $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-1} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$

ସେହିପରି ଉଦାହରଣ - 2(a) ରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ,

$a_1 = 1, b_1 = 1, c_1 = -3$ ଏବଂ $a_2 = 2, b_2 = 2, c_2 = -6$

ଏଠାରେ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{2}$ ଓ $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

ଏବଂ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅନନ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ହେଉନଥିଲା ବେଳେ ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ।

ଉଦାହରଣ 2(b) ରେ ଆମେ ଦେଖିଲେ ଯେ, $a_1 = 1$, $b_1 = 1$, $c_1 = -3$ ଏବଂ $a_2 = 1$, $b_2 = 1$, $c_2 = -5$

ଏଠାରେ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{1} = 1$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{1} = 1$ ଏବଂ $\frac{c_1}{c_2} = \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$

ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ ଏବଂ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର କୌଣସି ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ କାରଣ ଲେଖଚିତ୍ର ଦ୍ୱୟ ସମାନ୍ତର ଅଟନ୍ତି ।

6. ସମାଧାନର ସର୍ତ୍ତାବଳୀ :

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$, $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ର ରୂପରେଖ :

ସଂଗତ ⟵ ⟶ ଅସଂଗତ

(ସମାଧାନ ଅଛି) (ସମାଧାନ ନାହିଁ)

ସଂଗତ ଓ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର ⟵ ⟶ ସଂଗତ ଓ ନିର୍ଭରଶୀଳ

(ଗୋଟିଏ ସମାଧାନ ଅଛି) (ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ଅଛି)

ସର୍ତ୍ତ : $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ $\quad$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ $\quad$ $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$

ଆସ ଏହି ସର୍ତ୍ତାବଳୀର ପ୍ରୟୋଗ ବିଷୟରେ ଅଧିକ ଜାଣିବା :

ଉଦାହରଣ - 3 : $kx+my+4 = 0$ ଓ $2x+y+1 = 0$ ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ଅସଙ୍ଗତ୍ ହେଲେ k:m ର ମାନ କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a_1 = k, b_1 = m, c_1 = 4$

$a_2 = 2, b_2 = 1, c_2 = 1$

ଦତ୍ତ ଅଛି ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ଅସଙ୍ଗତ

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}\Rightarrow\frac{k}{2}=\frac{m}{1}\neq\frac{4}{1}\Rightarrow\frac{k}{m}=\frac{2}{1}$$

$\therefore$ k : m = 2 : 1 (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 4 : t ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ ସରଳ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ $tx + 2y = 0$, $3x + ty = 0$ ର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a_1 = t, b_1 = 2, c_1 = 0$ ଏବଂ $a_2 = 3, b_2 = t, c_2 = 0$

ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ଅଛି (ଦତ୍ତ)

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}=\frac{c_1}{c_2}\Rightarrow\frac{t}{3}=\frac{2}{t}=\frac{0}{0}\Rightarrow t^2=6$$

$\therefore$ t = $\pm\sqrt{6}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 5 : k ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ $x - 2y - 3 = 0$, $3x + ky - 1 = 0$ ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ଅନନ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a_1 = 1, b_1 = -2, c_1 = -3$ ଏବଂ $a_2 = 3, b_2 = k, c_2 = -1$

ଦତ୍ତ ଅଛି ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅନନ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ।

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2}\neq\frac{b_1}{b_2}\Rightarrow\frac{1}{3}\neq\frac{-2}{k}$$

$\therefore k \neq -6$

ଉଦାହରଣ - 6 : k ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $x + 2y - 5 = 0$, $8x + ky - 10 = 0$ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ଅସଙ୍ଗତ ହେବେ ?

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a_1 = 1, b_1 = 2, c_1 = -5$ ଏବଂ $a_2 = 8, b_2 = k, c_2 = -10$

ଦତ୍ତ ଅଛି ଯେ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ଅସଙ୍ଗତ ହେବେ ।

$$\Rightarrow \frac{a_1}{a_2}=\frac{b_1}{b_2}\neq\frac{c_1}{c_2}\Rightarrow\frac{1}{8}=\frac{2}{k}\neq\frac{-5}{-10}\Rightarrow k=16$$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 7 : t ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ (1, 1), $tx - 2y - 10 = 0$ ର ଅନ୍ୟତମ ସମାଧାନ ହେବ ?

ସମାଧାନ : $tx - 2y - 10 = 0$ ସମୀକରଣଟିର ସମାଧାନ (1, 1) (ଦତ୍ତ)

ଅର୍ଥାତ $x = 1$ ଓ $y = 1$

ସମୀକରଣରେ x ଓ y ର ମାନ ବସାଇଲେ,

$t \times 1 - 2 \times 1 - 10 = 0$

$\Rightarrow t - 2 - 10 = 0$

$\Rightarrow t - 12 = 0 \Rightarrow t = 12$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 8 : k ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ $kx + 3y - (k-3) = 0$ ଓ $12x + ky - k = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ?.

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a_1 = k, b_1 = 3, c_1 = -(k-3)$

$a_2 = 12, b_2 = k, c_2 = -k$

ଦତ୍ତ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ପାଇଁ ଆବଶ୍ୟକ ସର୍ତ୍ତ

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \frac{k}{12} = \frac{3}{k} = \frac{-(k-3)}{-k}$$

ପ୍ରଥମ ସମାନତାରୁ $k^2 = 12 \times 3 = 36 \Rightarrow k = \pm 6$ ....(i)

ଦ୍ୱିତୀୟ ସମାନତାରୁ $-3k = -k(k-3) \Rightarrow -3k = -k^2 + 3k$

$\Rightarrow k^2 - 6x = 0 \Rightarrow k(k-6) = 0$

$\Rightarrow k = 0$ କିମ୍ବା $k = 6$ ....(ii)

(i) ଓ (ii) ରୁ ଏହା ସୁସ୍ପଷ୍ଟ ଯେ $k = 6$ ହେଲେ ଦତ୍ତ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ହେବ ।(ଉତ୍ତର)

7. ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ବୀଜଗାଣିତିକ ସମାଧାନ :

ମନେକର ଦତ୍ତ ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ସଙ୍ଗତ ଓ ସ୍ୱତନ୍ତ୍ର।

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ....(i)

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ....(ii)

ଏ ଦୁଇ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀ କିମ୍ବା ଲେଖଚିତ୍ର ପ୍ରଣାଳୀରେ କରାଯାଇ ପାରିବ। ଆମେ ପୂର୍ବରୁ ଲେଖଚିତ୍ର ପ୍ରଣାଳୀ ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିଥିଲେ । ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀରେ କିପରି ସମାଧାନ କରାଯିବ ସେହି ବିଷୟରେ ଆଲୋଚନା କରିବା।

(i) ପ୍ରତିକଳ୍ପନ ପଦ୍ଧତି (Method of Substitution) :

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଏହି ପ୍ରଣାଳୀରେ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ (i) ଓ (ii) ରୁ ଯେକୌଣସିଟିକୁ ନେଇ ସେଥିରେ x କୁ y ମାଧ୍ୟମରେ କିମ୍ବା y କୁ x ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଏ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ପରବର୍ତ୍ତୀ ସୋପାନରେ x ବା y ର ମାନକୁ ଯେକୌଣସି ଗୋଟିଏ ସମୀକରଣରେ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ, ଅନ୍ୟଟିର ମାନ ମଧ୍ୟ ପାଇ ପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ - 3 : ସମାଧାନ କର : $2x - y - 5 = 0,\ x + 3y - 9 = 0$

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ

$2x - y - 5 = 0$ ....(i)

$x + 3y - 9 = 0$ ....(ii)

ସମୀକରଣ (i)କୁ ବିଚାର କରି y କୁ x ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଉ।

$\therefore -y = -2x + 5 \Rightarrow y = 2x - 5$ ....(iii)

(ii) ଓ (iii)ରୁ $x + 3(2x - 5) - 9 = 0$

$\Rightarrow x + 6x - 15 - 9 = 0$

$\Rightarrow 7x - 24 = 0 \Rightarrow 7x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{7}$

ସମୀକରଣ (i)ରେ $x = \frac{24}{7}$ ସଂସ୍ଥାପନକଲେ ପାଇବା

$2\left(\frac{24}{7}\right) - y - 5 = 0 \Rightarrow -y = 5 - \frac{48}{7} = -\frac{13}{7}$

$\therefore y = \frac{13}{7}$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ $(x, y) = \left(\frac{24}{7}, \frac{13}{7}\right)$ (ଉତ୍ତର)

(ii) ଅପସାରଣ ପଦ୍ଧତି (Method of Elimination) :

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ....(i)

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ....(ii)

ପ୍ରଥମ ସୋପାନ : ଏହି ପଦ୍ଧତିରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ସମୀକରଣ (i) ଓ (ii)ରୁ x କୁ କିମ୍ବା y କୁ ଅପସାରଣ କରାଯାଇଥାଏ। ମନେକର ଆମେ x କୁ ଅପସାରଣ କରିବା। ସମୀକରଣ (i)ରେ xର ସହଗକୁ ସମୀକରଣ (ii)ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗୁଣନକଲେ ଏବଂ ସମୀକରଣ (ii)ରେ xର ସହଗକୁ ସମୀକରଣ (i)ର ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଗୁଣନ କଲେ ପାଇବା । ପରିବର୍ତ୍ତିତ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟରେ xର ସହଗ ସମାନ ହେବ ।

ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ : ବର୍ତ୍ତମାନ ସମୀକରଣ x କୁ ଅପସାରଣ କରି y ର ମାନ ପାଇବା ।

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : y ର ମାନକୁ ଯେକୌଣସି ଏକ ସମୀକରଣରେ ପ୍ରୟୋଗ କରି x ର ମାନ ପାଇ ପାରିବା । ସେହିପରି ଦତ୍ତ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟରୁ y ଅପସାରଣ କରି x ର ମାନ ପାଇ ପାରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 9 :

ସମାଧାନ କର : $2x - y - 5 = 0,\ x + 3y - 9 = 0$

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଦତ୍ତ ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ

$2x - y - 5 = 0$ ....(i)

$x + 3y - 9 = 0$ ....(ii)

ପ୍ରଥମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସୋପାନ :

$$\begin{array}{ll} (i) \times 1 \Rightarrow & 2x - y - 5 = 0 \\ (ii) \times 2 \Rightarrow & 2x + 6y - 18 = 0 \\ & \quad - \quad - \quad + \\ \hline \Rightarrow & -7y + 13 = 0 \end{array}$$

$\Rightarrow y = \frac{-13}{-7} = \frac{13}{7}$

ତୃତୀୟ ସୋପାନ : y ର ମାନ ସମୀକରଣ (i) ରେ ସଂସ୍ଥାପନ କଲେ, ଆମେ ପାଇବା,

$$x + 3\left(\frac{13}{7}\right) - 9 = 0 \;\Rightarrow x + \frac{39}{7} - 9 = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{39-63}{7} = 0 \;\Rightarrow x - \frac{24}{7} = 0 \;\Rightarrow x = \frac{24}{7}$$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ $(x, y) = \left(\frac{24}{7}, \frac{13}{7}\right)$ **(ଉତ୍ତର)**

(iii) ବଜ୍ର ଗୁଣନ (Cross Multiplication) :

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$ ....(i)

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$ ....(ii)

ଆମର ପୂର୍ବ ଆଲୋଚନାରୁ ଆମେ ଦେଖିଛେ ଯେ, ଦତ୍ତ ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ

$$x = \frac{b_1c_2 - b_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1},\; y = \frac{c_1a_2 - c_2a_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$ ଅଟେ ।

ସମାଧାନରୁ ଆମକୁ ମିଳିବ

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1},\quad \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$ ....(iii)

ଉପରେ (iii)ରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ଦୁଇଟି ସମାନତାର ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱ ସମାନ ହେତୁ (iii)କୁ ଆମେ ନିମ୍ନମତେ ପ୍ରକାଶ କରିପାରିବା । ଯଥା :

$$\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$ ....(iv)

ଏଠାରେ ସ୍ମରଣ ରଖିବା ଉଚିତ ଯେ $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ ଅର୍ଥାତ୍ $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$ ।

ସମୀକରଣ (iv)ରେ ପ୍ରଦତ୍ତ ଉକ୍ତିକୁ ବଜ୍ରଗୁଣନ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ ସହଜରେ ମନେ ରଖିବା ପାଇଁ ନିମ୍ନଲିଖିତ ପଦ୍ଧତି ଅବଲମ୍ବନ କରାଯାଇଥାଏ ।

$$\frac{x}{\begin{matrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{matrix}} = \frac{y}{\begin{matrix} c_1 & a_1 \\ c_2 & a_2 \end{matrix}} = \frac{1}{\begin{matrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{matrix}}$$

$b_1 \searrow c_2 \qquad c_1 \searrow a_2 \qquad a_1 \searrow b_2$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିବା ଯେ x ଲବ ଥିବା ପଦର ହରରେ (b_1 ଗୁଣନ c_2) ଫେଡ଼ାଣ (c_1 ଗୁଣନ b_2) ହୁଏ । ସେହିପରି y ଲବ ଥିବା ପଦର ହର ଓ 1 ଲବ ଥିବା ପଦର ହର ନିର୍ଣ୍ଣିତ କରିହେବ ।

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ :

$c_1 = c_2 = 0$ ଓ $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ ହେଲେ, $a_1x + b_1y = 0$, $a_2x + b_2y = 0$ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନଟି (0, 0) ଅଟେ । ଏଠାରେ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟକୁ **ସମ ସହସମୀକରଣ (Homogeneous Simultaneous equation)** କୁହାଯାଏ ।

(1) $a_1b_2 - a_2b_1 = 0$ ହେଲେ, ସରଳରେଖାଦ୍ୱୟ ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ ହେବେ ଓ ଦତ୍ତ ସହସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ରହିବ।

(2) ଦୁଇଗୋଟି ସହସମୀକରଣ ସମାଧାନ କରିବାକୁ ଦିଆଯାଇଥିଲେ ପ୍ରଥମେ $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$ ସର୍ତ୍ତଟି ସତ୍ୟ ବୋଲି ପରୀକ୍ଷା କରିବା ଆବଶ୍ୟକ।

ଉଦାହରଣ - 10 :

ସମାଧାନ କର : $2x - y - 5 = 0,\ x + 3y - 9 = 0$

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ,

$2x - y - 5 = 0$ .....(i)

$x + 3y - 9 = 0$ .....(ii)

ଏଠାରେ $a_1 = 2,\ b_1 = -1,\ c_1 = -5$

$a_2 = 1,\ b_2 = 3,\ c_2 = -9$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟକର $2 \times 3 - 1 \times (-1) = 6 + 1 = 7 \neq 0$ ତେଣୁ ବଜ୍ରଗୁଣନ ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ।

ବଜ୍ର ଗୁଣନ ସୂତ୍ର : $\dfrac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \dfrac{1}{a_1b_2 - a_2b_1},\quad \dfrac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \dfrac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$

ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କଲେ, $\dfrac{x}{(-1)(-9) - 3(-5)} = \dfrac{y}{(-5)1 - (-9)2} = \dfrac{1}{2 \times 3 - 1(-1)}$

$$\Rightarrow \frac{x}{9+15} = \frac{y}{-5+18} = \frac{1}{6+1} \Rightarrow \frac{x}{24} = \frac{y}{13} = \frac{1}{7}$$

$\therefore \dfrac{x}{24} = \dfrac{1}{7} \Rightarrow x = \dfrac{24}{7}$ ଏବଂ $\dfrac{y}{13} = \dfrac{1}{7} \Rightarrow y = \dfrac{13}{7}$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ $(x, y) = \left(\dfrac{24}{7}, \dfrac{13}{7}\right)$। (ଉତ୍ତର)

8. ଅଣ ସରଳରେଖୀୟ ସହସମୀକରଣ :

ଏ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଆମେ ସରଳରେଖୀୟ ସହସମୀକରଣ $a_rx + b_ry + c_r = 0,\ r = 1, 2$ ....(i)ର ସମାଧାନ ସମ୍ପର୍କରେ ଆଲୋଚନା କରିଛେ। ଅନେକ ସହ ସମୀକରଣ ଯାହାକି ଏକଘାତୀ ନୁହେଁ, ସେମାନଙ୍କୁ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଏକଘାତୀ ରୂପକୁ ଅଣାଯାଇ ପାରିବ ଓ ଉପରେ ଆଲୋଚିତ ବୀଜଗାଣିତିକ ପ୍ରଣାଳୀର ଅବଲମ୍ବନରେ ସମାଧାନ କରିହେବ। ମାତ୍ର ଏପରି ଆମେ ସମସ୍ତ କ୍ଷେତ୍ରରେ କରି ପାରିବା ନାହିଁ। କେତେଗୁଡ଼ିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଏପରି କରାଯାଇ ପାରିବ।

ଉଦାହରଣ - 11 :

ସମାଧାନ କର : $4x + 6y = 3xy,\quad 3x + 9y = 11xy\ (x \neq 0,\ y \neq 0)$

ସମାଧାନ : ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଯେ ଦତ୍ତ ସହସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ଏକଘାତୀ ନୁହଁନ୍ତି। କିନ୍ତୁ ଉଭୟ ସମୀକରଣର ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ xy ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ($\because\ x \neq 0$ ଓ $y \neq 0$ ତେବେ $xy \neq 0$)

$\frac{4}{y}+\frac{6}{x} = 3, \quad \frac{8}{y}+\frac{9}{x} = 5$

ମନେକର $\frac{1}{x} = a$ ଓ $\frac{1}{y} = b$

$\therefore \quad 4b + 6a = 3$ ....(i)

$8b + 9a = 5$ ....(ii)

$(i) \times 2 \Rightarrow \quad 8b + 12a = 6$

$(ii) \times 1 \Rightarrow \quad 8b + 9a = 5$

$\quad - \quad - \quad\quad -$

$\Rightarrow \quad 3a = 1$

$\Rightarrow a = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = 3$

ସମୀକରଣ (i) ରେ $a = \frac{1}{3}$ ନେଲେ, ଆମେ ପାଇବା

$8b + 12 \times \frac{1}{3} = 6$

$\Rightarrow 8b + 4 = 6 \Rightarrow 8b = 2$

$\Rightarrow b = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 4$

$\therefore (x, y) = (3, 4)$ (ଉତ୍ତର)

(ବି.ଦ୍ର: ଅନ୍ୟ ଯେ କୌଣସି ପ୍ରଣାଳୀରେ ସମାଧାନ ସମ୍ଭବ ।)

ଉଦାହରଣ - 12 : ସମାଧାନ କର : $6x + 5y = 7x + 3y + 1 = 2(x + 6y - 1)$

ସମାଧାନ : $6x + 5y = 7x + 3y + 1$

$\Rightarrow 7x - 6x + 3y - 5y + 1 = 0$

$\Rightarrow x - 2y = -1$ .....(i)

ପୁନଶ୍ଚ - $6x + 5y = 2(x + 6y - 1)$

$\Rightarrow 6x + 5y = 2x + 12y - 2$

$\Rightarrow 6x - 2x + 5y - 12y = -2$

$\Rightarrow 4x - 7y = -2$ ......(ii)

$(i) \times 4 \Rightarrow \quad 4x - 8y = -4$

$(ii) \times 1 \Rightarrow \quad 4x - 7y = -2$

$\quad - \quad + \quad\quad +$

$-y = -2$

$\Rightarrow \quad y = 2$

y = 2 ସମୀକରଣ (i) ରେ ସଂସ୍ଥାପନ କଲେ,

$x - 2 \times 2 = -1$

$\Rightarrow x = -1 + 4 = 3$

$\therefore (x, y) = (3, 2)$ (ଉତ୍ତର)

9. ବିଶେଷ ଆଲୋଚନା :

ମାଟ୍ରିକ୍ସ (Matrix) : ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରଟିକୁ ବିଚାର କର : $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

ଏହି ଚିତ୍ରରେ ଲେଖାଯାଇଥିବା ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଗୋଟି ଧାଡ଼ି (row) ଓ ଦୁଇଗୋଟି ସ୍ତମ୍ଭ (Column)ରେ ଲେଖାଯାଇଛି ଓ ସମସ୍ତ ଧାଡ଼ି ଓ ସ୍ତମ୍ଭଗୁଡ଼ିକୁ ଦୁଇଟି ବନ୍ଧନୀ ମଧ୍ୟରେ ରଖାଯାଇଛି । ଏହାକୁ A ରୂପେ ନାମିତ କରାଯାଇଛି । ଏଠାରେ Aକୁ ଏକ 2 x 2 ମାଟ୍ରିକ୍ସ (Matrix) କୁହାଯାଏ । ଆମେ ମଧ୍ୟ 3 x 3, 4 x 4 ମାଟ୍ରିକ୍ସ ଲେଖିପାରିବା ।

ବର୍ଗ ମାଟ୍ରିକ୍ସ : ଯେଉଁ ମାଟ୍ରିକ୍ସ ରେ ଧାଡ଼ିସଂଖ୍ୟା ସହ ସ୍ତମ୍ଭସଂଖ୍ୟା ସମାନ ଥାଏ ।

ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ୍ (determinant) : ପ୍ରତି ବର୍ଗ ମାଟ୍ରିକ୍ସ ସହ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ସଂପୃକ୍ତ ଓ ଏହାକୁ ବର୍ଗ ମାଟ୍ରିକ୍ସର ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ୍ (Determinant) କୁହାଯାଏ । ଯଦି ମାଟ୍ରିକ୍ସ $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ହୁଏ ତେବେ ଏହାର ଡିଟର୍‌ମିନାଣ୍ଟ୍ $|A| = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$

ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, $A = \begin{pmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ହେଲେ $|A| = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 5 \times 1 - 7 \times 2 = 5 - 14 = -9$

ସେହିପରି, $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 0 \end{vmatrix} = 2 \times 0 - 6 \times 5 = 0 - 30 = -30$

$\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2 \times 2 - 3 \times (-1) = 4 + 3 = 7$

ବର୍ତ୍ତମାନ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର :

$a_1x + b_1y + c_1 = 0 \Rightarrow a_1x + b_1y = -c_1$ ଏବଂ

$a_2x + b_2y + c_2 = 0 \Rightarrow a_2x + b_2y = -c_2$

$a_1, b_1, -c_1, a_2, b_2, -c_2$ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକୁ ନେଇ ନିମ୍ନ ତିନିଗୋଟି ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ (Δ) ପାଇବା

ଯଥା : Δ, Δ_x, Δ_y

ଯେଉଁଠାରେ,

$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} -c_1 & b_1 \\ -c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ [Δର ପ୍ରଥମ ସ୍ତମ୍ଭକୁ ଧ୍ରୁବକ ସ୍ତମ୍ଭ ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇଲେ]

$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & -c_1 \\ a_2 & -c_2 \end{vmatrix}$ [Δର ଦ୍ୱିତୀୟ ସ୍ତମ୍ଭକୁ ଧ୍ରୁବକ ସ୍ତମ୍ଭ ଦ୍ୱାରା ବଦଳାଇଲେ]

ବର୍ତ୍ତମାନ ଏହି Δ, Δ_x , Δ_y ର ମାନକୁ ନେଇ କ୍ରାମର **(Cramer)**ଙ୍କ ନିୟମ ଅନୁସାରେ x ଓ y ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

$x = \frac{\Delta_x}{\Delta}$, $y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$ (ଯେଉଁଠାରେ $\Delta \neq 0$)

ମନେରଖ **ବଜ୍ରଗୁଣନ ସୂତ୍ର ହିଁ Cramer's Rule ର ଅନ୍ୟରୂପ ।**

ଏବେ ଆସ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ଉଦାହରଣ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 13 :

Cramer ଙ୍କ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିମ୍ନ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର ।

$2x + 3y = 5$ ଓ $3x + y = 4$

ସମାଧାନ : $2x + 3y = 5$ ......(i)

$3x + y = 4$ .....(ii)

ଏଠାରେ $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times 3 = 2 - 9 = -7 \quad \therefore \Delta \neq 0$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 5 \times 1 - 4 \times 3 = 5 - 12 = -7$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - 3 \times 5 = 8 - 15 = -7$$

$$\therefore x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1, \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1$$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ : $(x, y) = (1, 1)$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 14 :

(a) $x + 2y = -1$ ଓ $2x - 3y = 12$ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର Δ_x ର ମାନ କେତେ ?

(b) $x + 2y + 1 = 0$ ଓ $2x - 3y - 12 = 0$ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର Δ_y ର ମାନ କେତେ ?

ସମାଧାନ : (a) $x + 2y = -1$ ଓ $2x - 3y = 12$ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟରୁ ଆମେ ପାଇବା

$\therefore \Delta_x = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 12 & -3 \end{vmatrix} = (-1) \times (-3) - 12 \times 2 = 3 - 24 = -21$ (ଉତ୍ତର)

(b) $x + 2y + 1 = 0 \Rightarrow x + 2y = -1$ .... (i)

ଏବଂ $2x - 3y - 12 = 0 \Rightarrow 2x - 3y = 12$ .... (ii)

$\therefore \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 12 \end{vmatrix} = 1 \times 12 - 2 \times (-1) = 12 + 2 = 14$ (ଉତ୍ତର)

10. ପାଟୀଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନରେ ପ୍ରୟୋଗ :

ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣର ପ୍ରୟୋଗ କରି ଅନେକ ପାଟୀଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ସମାଧାନ ସହଜରେ କରିଛେ । ସେହିପରି ଦୁଇ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିବିଶିଷ୍ଟ ଏକଘାତୀ ସହ ସମୀକରଣର ପ୍ରୟୋଗରେ ଜଟିଳ ପାଟୀଗଣିତ ପ୍ରଶ୍ନମାନଙ୍କ ସହଜ ସମାଧାନ କିପରି କରିପାରିବା, ତାହା କେତେକ ଉଦାହରଣ ଗୁଡ଼ିକ ମାଧ୍ୟମରେ ଆଲୋଚନା କରିବା ।

ଉଦାହରଣ - 15 : ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମଟିର 3 ଗୁଣରୁ ଦ୍ୱିତୀୟଟିର 2 ଗୁଣ ବିୟୋଗ କଲେ ବିୟୋଗ ଫଳ 2 ହୁଏ ଏବଂ ଦ୍ୱିତୀୟଟିରେ 7 ଯୋଗକଲେ ଯୋଗଫଳ ପ୍ରଥମଟିର 2 ଗୁଣ ହୁଏ । ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟକର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଙ୍କ ଦ୍ୱୟ = x ଓ y

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $3x - 2y = 2$ ....(i)

$y + 7 = 2x$ ବା, $2x - y = 7$ ....(ii)

(i) × 1 ⇒ $3x - 2y = 2$

(ii) × 2 ⇒ $4x - 2y = 14$

$- \quad + \qquad -$

$-x = -12$

⇒ $x = 12$

ସମୀକରଣ (i) ରେ $x = 12$ ସଂସ୍ଥାପନ କଲେ,

$36 - 2y = 2 \Rightarrow 2y = 34 \Rightarrow y = 17$

∴ ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟି ହେଲେ 12, 17 (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 16 : ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଅଙ୍କଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 10 । ସଂଖ୍ୟାଟିର ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନ ବଦଳାଇ ଲେଖିଲେ ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବ ତାହା ମୂଳ ସଂଖ୍ୟା ଠାରୁ ଦୁଇ ଗୁଣରୁ 1 ଊଣା ହୁଏ । ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟି କେତେ ? [2017 SH]

ସମାଧାନ : ମନେକର ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶକ ଏବଂ ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କଦ୍ୱୟ ଯଥାକ୍ରମେ x ଓ y

∴ ସଂଖ୍ୟାଟି $= 10x + y$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ : $x + y = 10$ ....(i)

ପୁନଶ୍ଚ $x + 10y = 2(10x + y) - 1$

$\Rightarrow x + 10y = 20x + 2y - 1$

$\Rightarrow 19x - 8y = 1$ .... (ii)

(i) × 8 ⇒ $8x + 8y = 80$

(ii) × 1 ⇒ $19x - 8y = 1$

(+)

$27x = 81 \Rightarrow x = \frac{81}{27} = 3$

$x + y = 10 \Rightarrow y = 10 - x = 10 - 3 = 7$

∴ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି $= 10x + y = 37$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 17 : ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନାଂଶର ଲବ ଓ ହର ଉଭୟରେ 1 ଯୋଗକଲେ ଭଗ୍ନାଂଶଟି $\frac{4}{5}$ ହୁଏ । ଯଦି ଲବ ଓ ହର ଉଭୟରୁ 5 ବିୟୋଗ କଲେ ଭଗ୍ନାଂଶଟି $\frac{1}{2}$ ହୁଏ, ତେବେ ଭଗ୍ନାଂଶଟି କେତେ ? [2018 AH]

ସମାଧାନ : ମନେକର ଭଗ୍ନାଂଶଟି $\frac{x}{y}$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $\frac{x+1}{y+1} = \frac{4}{5} \Rightarrow 5x + 5 = 4y + 4$

$\Rightarrow 5x - 4y + 1 = 0$ .... (i)

ପୁନଶ୍ଚ $\frac{x-5}{y-5} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 10 = y - 5$

$\Rightarrow 2x - y = 10 - 5 = 5 \Rightarrow 2x - y = 5$............... (ii)

ସମୀକରଣ (i) x 2 $\Rightarrow 10x - 8y = -2$

ସମୀକରଣ (ii) x 5 $\Rightarrow 10x - 5y = 25$

$-3y = -27$

$\Rightarrow y = 9$

ସମୀକରଣ (ii) ରେ $y = 9$ ନେଲେ

$2x - 9 = 5 \Rightarrow 2x = 14 \Rightarrow x = 7$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଭଗ୍ନାଂଶଟି = $\frac{7}{9}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 18 : ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ତାହାର ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳର 4 ଗୁଣ ସହ ସମାନ । ସଂଖ୍ୟାଟିରେ 18 ଯୋଗକଲେ ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନ ବଦଳି ଯାଏ । ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [2017 SH]

ସମାଧାନ : ମନେକର ସଂଖ୍ୟାଟିର ଏକକ ଓ ଦଶକ ସ୍ଥାନର ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ଯଥା କ୍ରମେ y ଓ x ହେଉ ।

ତେବେ ସଂଖ୍ୟାଟି = $10x + y$

ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ = $x + y$

ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନ ବଦଳାଇଲେ ନୂତନ ସଂଖ୍ୟାଟି ହେବ $10y + x$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $10x + y = 4(x + y)$ .... (i)

ଏବଂ $10x + y + 18 = 10y + x$

$\Rightarrow 10x - x + y - 10y = -18 \Rightarrow 9x - 9y = -18 \Rightarrow x - y = -2$ .... (ii)

ସମୀକରଣ (i) $\Rightarrow$ $10x + y = 4x + 4y$

$\Rightarrow 10x - 4x + y - 4y = 0$

$\Rightarrow 6x - 3y = 0$

$\Rightarrow 3(2x - y) = 0$

$\Rightarrow 2x - y = \frac{0}{3} = 0$

$\Rightarrow 2x - y = 0$ .... (iii)

ସମୀକରଣ (iii) ରୁ ସମୀକରଣ (ii) ବିୟୋଗ କଲେ,

$2x - y = 0$

$x - y = -2$

ବିୟୋଗ କଲେ, $x = 2$

ସମୀକରଣ (ii) ରେ $x = 2$ ନିଆ ଗଲେ,

$2 - y = -2$

$\Rightarrow y = 2 + 2 = 4$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସଂଖ୍ୟାଟି $10x + y = 24$ (ଉତ୍ତର)

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ 1 ନମ୍ବର)

1. ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(i) $9x + y + 12 = 0$ ଏବଂ $18x + ky + 12 = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ସଙ୍ଗତ ଓ ନିର୍ଭରଶୀଳ ହେଲେ k ର ମାନ ---- ହେବ ?

(ii) $ax + by + 5 = 0$ ଏବଂ $2x + y + 1 = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ଅସଙ୍ଗତ ହେଲେ $a : b$ = ----- ହେବ ?

(iii) $x + ky - 1 = 0$ ଏବଂ $x + 2y + 3 = 0$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଲେଖଚିତ୍ର ସମାନ୍ତର ସରଳରେଖା ହେଲେ k ର ମାନ ---- ହେବ ?

(iv) ଯଦି $x > 0$ ଏବଂ $y < 0$ ହୁଏ ତେବେ $(-x, -y)$ ବିନ୍ଦୁଟି ---- ପାଦରେ ଅବସ୍ଥିତ ?

(v) $6x - 3y + k = 0$ ସମୀକରଣ ଏକ ସମାଧାନ (1, 2) ହେଲେ, k ର ମାନ ---- ।

(vi) $4x - 3y - 1 = 0$ ଏବଂ $8x - 6y - k = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ରହିଲେ k ର ମାନ ---- ହେବ ?

(vii) $2x + 3y - 6 = 0$ ସମୀକରଣ ଲେଖଚିତ୍ର ଅଙ୍କନ କଲେ ଏହା y- ଅକ୍ଷକୁ ---- ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବ ?

(viii) ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ $\begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$ ର ମାନ ---- ।

(ix) ଗୋଟିଏ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 'x' ଓ ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ 'y' । ଅଙ୍କ ଦୁଇଟିର ସ୍ଥାନ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଲେଖିଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି ---- ହେବ ।

(x) $3003x - y = 0$ ଓ $x + 2002y = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ ---- ।

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ :

(i) k ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ $2x - 3y + 5$ ଓ $4x + ky + 8 = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଲେଖଚିତ୍ର ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ହେବେ ?

(ii) $x + y = 0$ ଓ $x - y = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଗ୍ରାଫ୍ ଅଙ୍କନ କଲେ କେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରିବେ ?

(iii) $x + y = 2$ ଓ $x - y = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ସଙ୍ଗତ ଓ ନିର୍ଭରଶୀଳ ହେଲେ, k ର ମାନ କେତେ ହେବ ?

(iv) $9x + y + 12 = 0$ ଏବଂ $18x + ky + 24 = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ସଙ୍ଗତ ଓ ନିର୍ଭରଶୀଳ ହେଲେ, k ର ମାନ କେତେ ହେବ ? 2

(v) $6x + 4y - p = 0$ ସମୀକରଣର ଏକ ସମାଧାନ (1, 1) ହେଲେ, p ର ମାନ କେତେ ?

(vi) $x + 4y - 9 = 0$ ଓ $kx + 8y + 10$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ଅସଙ୍ଗତ ହେଲେ k ର ମାନ କେତେ ?

(vii) $x + 3y = k$ ଓ $3x + y = 3k$ ହେଲେ $x + y$ ର ମାନ କେତେ ?

(viii) ଯଦି ମାଟ୍ରିକ୍ସ $A = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix}$ ତେବେ ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ $|A|$ ର ମା କେତେ ?

(ix) (–1, –1) ବିନ୍ଦୁଟି ଗ୍ରାଫ୍ କାଗଜର କେଉଁ ପାଦରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

(x) $a_1 = 2, a_2 = 3, b_1 = 1$ ଓ . ହେଲେ ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$ ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର :

(i) $x - y - 1 = 0, x + y = 0$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର ।

(ii) $x + 2x - y - 1 = 0, x + y = 0$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର ।

(iii) $2x + 3y = 7, 3x + 2y = 3$ ସହ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନରୁ $(x - y)$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iv) ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ $\begin{vmatrix} 1 & x \\ 3 & 3 \end{vmatrix}$ ର ମାନ ଯଦି –3 ହୁଏ ତେବେ x ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

(v) 4 ବର୍ଷ ଅନ୍ତରରେ ଜନ୍ମ ହୋଇଥିବା ଦୁଇଟି ଝିଅଙ୍କର ବର୍ତ୍ତମାନ ବୟସର ସମଷ୍ଟି 38 ବର୍ଷ ହେଲେ, ବଡ଼ ଝିଅଟିର ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(vi) $2x - 3y - 12 = 0, x + 2y + 1 = 0$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟରୁ y ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।

(vii) ସହ ସମୀକରଣ $3x - 5y - 10 = 0$ ଏବଂ $6x - 10y - 20 = 0$ ର କେତୋଟି ସମାଧାନ ଅଛି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(viii) ଡିଟର ମିନାଣ୍ଟ $\begin{vmatrix} a & c \\ b & d \end{vmatrix}$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ix) ଗୋଟିଏ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ y ଓ ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ ତା ଠାରୁ 2 ଅଧିକ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିରୂପଣ କର ।

(x) $9x + y + 12 = 0$ ଓ $18x + ky + 24 = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ସଙ୍ଗତ ଓ ନିର୍ଭରଶୀଳ ହେଲେ k ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. 'କ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାରକୁ 'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭସ୍ଥ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର :

	'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
(a)	$x + 3y - 5 = 0$ ଓ $2x + ky - 9 = 0$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ଅସଂଗତ ହେଲେ k ର ମାନ :	(i) 3
(b)	ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନ ବଦଳାଇ ଲେଖିଲେ, ଯେଉଁ ସଂଖ୍ୟା ହେବ, ସେମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି, ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳର ଅନୁପାତ :	(ii) 3
(c)	$2x - y = 1$ ଓ $x + y = 8$ ହେଲେ, y ର ମାନ :	(iii) 4
(d)	$x + y + 1 = 0$ ଏବଂ $3x + 3y + k = 0$ ର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ରହିଲେ k ର ମାନ :	(iv) 5
(e)	$5x - y - 7 = 0$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ସରଳ ରେଖା ଉପରିସ୍ଥ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁର y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ 13 ହେଲେ x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ :	(v) 6
(f)	$x + y = 4$ ଏବଂ $3x + ky = 8$ ସହମସୀକରଣ ଦ୍ୱୟ ସଂଗତ ହେଲେ, k ର ମାନ :	(vi) $\frac{11}{1}$

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତି ଗୁଡ଼ିକର ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (T) ଓ ଭୂଲ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (F) ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସ ଭିତରେ ଲେଖ ।

(i) $x + 2y = 3, 3x + ky = 9$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ରହିଲେ $k = 5$ । ☐

(ii) t ର ମୂଲ୍ୟ 10 ହେଲେ, $tx - 3y - 7 = 0$ ସମୀକରଣର ଏକ ସମାଧାନ ହେବ (1, 1) ☐

(iii) $5x + 3y + 7 = 0$ ଓ $lx + my + 9 = 0$ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ଅସଂଗ ହେଲେ $l : m = 3 : 5$ । ☐

(iv) $2x + 3y = 1$ ଓ $6x + 9y = 5$ ର ଲେଖ ଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ସମାନ୍ତର ଅଟନ୍ତି । ☐

(v) k ର ମୂଲ୍ୟ ଶୂନ ପାଇଁ $5x + ky + 1 = 0$ ସମୀକରଣର ଲେଖଚିତ୍ରଟି x ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି ଲମ୍ବ ହେବ । ☐

(vi) $3x - 5y = 0$ ଏବଂ $2x + 3y = 0$ ସହ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର y- ସମାଧାନଟି 5 ଅଟେ । ☐

(vii) $x + 2y = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ସମାଧାନ (–4, 2) ☐

(viii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ x , ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ y ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟାଟି $x + 10y$ ☐

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀ

1.. ସମାଧାନ କର : $x + 6y + 1 = 0, 2x + 3y + 8 = 0$

2. ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର : $\frac{5}{x} - 3y = \frac{1}{2}, \ \frac{3}{x} + 11y = 3\frac{1}{2} \quad (x \neq 0)$

3. ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର : $2x + 3y = 8, \ 3x - y = 1$

4. ବ୍ରଜ ଗୁଣନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର :

$$x + 2y + 1 = 0$$
$$2x - 3y - 12 = 0$$

5. ସମାଧାନ କର : $11x + 15y + 23 = 0$

$$7x - 2y - 20 = 0$$

6. ପ୍ରତିକଳ୍ପନ ପ୍ରଣାଳୀରେ ସହସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର :

$$2x + 3y - 8 = 0$$
$$3x + y - 5 = 0$$

7. ସମାଧାନ କର : $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 17$ ଓ $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 7$

8. ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନାଂଶର ଲବ ଓ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସହ 2 ଯୋଗ କଲେ, ତାହା . ହୁଏ । ମାତ୍ର ଉକ୍ତ ଭଗ୍ନାଂଶର ଲବ ଓ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସହ 3 ଯୋଗ କଲେ, ତାହା . ହୁଏ । ତେବେ ଭଗ୍ନାଂଶଟି କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନାଂଶର ଲବ ଓ ହରର ସମଷ୍ଟି ଏକ ତୃତୀୟାଂଶ ନେଲେ, ତାହା ହରଠାରୁ 4 ଊଣା ହୁଏ । ହର ସହ 1 ଯୋଗ କଲେ, ଭଗ୍ନସଂଖ୍ୟାଟି $\frac{1}{4}$ ହୁଏ । ଭଗ୍ନାଂଶଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର

1. (i) 2 (ii) 2 :1 (iii) 2 (iv) ଦ୍ୱିତୀୟ ପାଦ (v) 0
   (vi) 2 (vii) 3 (viii) 3 (ix) 10x + y (x) (0, 0)

2. (i) –6 (ii) (0, 0) (iii) 1 (iv) 2 (v) 2 (vi) 2 (vii) 1 (viii) 3 (ix) ତୃତୀୟପାଦ (x) –7

3. (i) $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ (ii) $\frac{1}{3}, \frac{1}{3}$ (iii) – 4 (iv) 2 (v) 21
   (vi) –14 (vii) ଅସଂଖ୍ୟ (viii) ad –bc (ix) 11y + 20 (x) 2

4. (a) v (b) vi (c) iv (d) i (e) iii (f) ii

5. (i) F (ii) T (iii) F (iv) T (v) T (vi) F (vii) T (viii) F

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନାବଳୀର ଉତ୍ତର

1. $x = -5, y = \frac{2}{3}$, 2. $x = 4$ ଓ $y = \frac{1}{4}$ 3. $x = 1$ ଓ $y = 2$

4. $x = 3$ ଓ $y = -2$ 5. $x = 2$ ଓ $y = -3$ 6. $x = 1$ ଓ $y = 2$

7. $x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{3}$ 8. $\frac{7}{9}$ 9. $\frac{2}{7}$

====

ଦ୍ୱିତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ

(QUADRATIC EQUATIONS)

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ :

1. ଦ୍ୱିଘାତ ପଲିନୋମିଆଲ୍ ଓ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ :

$P(x) = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$ ଗୋଟିଏ **ଦ୍ୱିଘାତ ପଲିନୋମିଆଲ୍** ଯେଉଁଠାରେ a ଓ b ଯଥାକ୍ରମେ x^2, xର ସହଗ ଏବଂ c ଏକ ଧ୍ରୁବକ ପଦ ।

$ax^2 + bx + c = 0, \ (a \neq 0)$ କୁ **ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ** କୁହାଯାଏ ।

ଅର୍ଥାତ୍ ସମୀକରଣରେ ଥିବା ଚଳରାଶି (x) ର ସର୍ବୋଚ୍ଚ ଘାତାଙ୍କ 2, ତେଣୁ ଏହି ସମୀକରଣକୁ ଦ୍ୱିଘାତୀ ସମୀକରଣ କୁହାଯାଏ । ନିମ୍ନରେ କେତେକ ନମୁନା ଦେଖ ।

(i) $x^2 = 4$ [x ସମ୍ବଳିତ ଗୋଟିଏ ପଦରେ x ର ଘାତ 2]

(ii) $x^2 - 3x = 0$ [x ସମ୍ବଳିତ ଗୋଟିଏ ପଦରେ x ର ଘାତ 1 ଅନ୍ୟ ପଦରେ x ର ଘାତ 2]

(iii) $x^2 - 6x = 7$ [ଗୋଟିଏ ପଦରେ x ର ଘାତ 1 ଓ ଅନ୍ୟ ପଦରେ x ର ଘାତ 2]

2. ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ :

$ax + b = 0, (a \neq 0)$ ଏକ ଏକଘାତୀ ସମୀକରଣ କାରଣ ଏହି ସମୀକରଣରେ x ସମ୍ବଳିତ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ x ର ଘାତ 1 । ଏହି ଏକ ଘାତୀ ସମୀକରଣର କେବଳ ଗୋଟିଏ ବୀଜ ବା ମୂଳ ଥାଏ । ଏହାକୁ ତୁମେ ଅଷ୍ଟମ ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢ଼ିସାରିଛ ।

$ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ ସଂପର୍କିତ ଏକ ଉଦାହରଣକୁ ଦେଖ ।

ମନେକର ସମୀକରଣଟି $x^2 - 5x + 6 = 0$ ।

$\Rightarrow x^2 - (3 + 2) x + 6 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

$\Rightarrow x (x - 3) - 2 (x - 3) = 0$

$\Rightarrow (x - 3) (x - 2) = 0$

$\Rightarrow x-3=0$ କିମ୍ବା $x-2=0$

$\Rightarrow x=3$ କିମ୍ବା $x=2$

$\therefore$ ମୂଳଦ୍ୱୟ 2 ଓ 3 ।

ତୁମେ ଜାଣିଛ ଯଦି $x = \alpha$ ପାଇଁ ଦ୍ୱିଘାତ ପଲିନୋମିଆଲ୍ $ax^2 + bx + c$ ର ମାନ ଶୂନ ହୁଏ, ତେବେ α କୁ ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଏକ ଶୂନ (zero) କୁହାଯାଏ । ଉଦାହରଣ ସ୍ୱରୂପ, 3, x^2-5x+6 ପଲିନୋମିଆଲ୍‌ର ଏକ ଶୂନ, କାରଣ $x=3$ ପାଇଁ x^2-5x+6 ର ମାନ 0 ଅଟେ ।

ଏଠାରେ ମନେରଖିବାକୁ ହେବ ଯେ, **ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର 'ଶୂନ' ଉକ୍ତ ସମୀକରଣର ଏକ ମୂଳ (root) ଅଟେ ।** ଏଠାରେ $x^2-5x+6=0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣଟିକୁ ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ କରି ଏହାର ଦୁଇଟି ମୂଳ 2 ଓ 3 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ । କିନ୍ତୁ ସମସ୍ତ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣକୁ ଏହି ଉତ୍ପାଦକୀକରଣ ପଦ୍ଧତିରେ ସମାଧାନ କରିବା ସମ୍ଭବ ନୁହେଁ । ଏଣୁ ଉକ୍ତ ଅଧ୍ୟାୟରେ 'ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କରିବା ପ୍ରଣାଳୀ' ଅବଲମ୍ବନରେ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ମୂଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କିପରି ହୁଏ, ଆଲୋଚନା କରିବା ।

3. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ :

ମନେକର ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣଟି $ax^2+bx+c=0, a\neq 0$

$\Rightarrow ax^2+bx=-c$ ('c' କୁ ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଗଲା ।)

$\Rightarrow 4a(ax^2+bx)=4a(-c)$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱରେ 4a ଗୁଣନ କଲେ)

$\Rightarrow 4a^2x^2+4abx=-4ac$

$\Rightarrow (2ax)^2+2.\,ax\,.b=-4ac$

$\Rightarrow (2ax)^2+2.2ax.b+(b)^2=(b)^2-4ac$ (ଉଭୟପାର୍ଶ୍ୱରେ b^2 ଯୋଗ କରାଗଲା ।)

$\Rightarrow (2ax+b)^2=\left(\pm\sqrt{b^2-4ac}\right)^2$ (ଉଭୟପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଗଲେ)

$\Rightarrow 2ax+b=\pm\sqrt{b^2-4ac}$

$\Rightarrow 2ax=-b\pm\sqrt{b^2-4ac}$

$\Rightarrow x=\dfrac{-b\pm\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a} \Rightarrow x=\dfrac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ କିମ୍ବା $x=\dfrac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

(i) ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର :

ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\alpha=\dfrac{-b+\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$; $\beta=\dfrac{-b-\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}$ ରେ ନିର୍ଣ୍ଣିତ ସୂତ୍ରକୁ ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର କୁହାଯାଏ ।

(ii) ପ୍ରଭେଦକ :

$b^2 - 4ac$ କୁ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ $ax^2 + bx + c = 0$ ର ପ୍ରଭେଦକ କୁହାଯାଏ । ଏହାକୁ D ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ । ଅର୍ଥାତ $D = b^2 - 4ac$ । ତେଣୁ $\alpha = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$; $\beta = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

ମନେକର ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣଟି $ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)$

$\Rightarrow \dfrac{ax^2}{a} + \dfrac{bx}{a} + \dfrac{c}{a} = \dfrac{0}{a}$ (ଉଭୟପାର୍ଶ୍ୱକୁ 'a' ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କରାଗଲେ)

$\Rightarrow x^2 + \dfrac{b}{a}x + \dfrac{c}{a} = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\dfrac{b}{2a}. = -\dfrac{c}{a}$ [$\dfrac{c}{a}$ ଧ୍ରୁବକର ପାର୍ଶ୍ୱ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରାଗଲା ।]

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\dfrac{b}{2a} + \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2 = \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2 - \dfrac{c}{a}$ [ଉଭୟପାର୍ଶ୍ୱରେ $\left(\dfrac{b}{2a}\right)^2$ ଯୋଗ କରାଗଲା]

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\dfrac{b}{2a} + \left(\dfrac{b}{2a}\right)^2 = \dfrac{b^2}{4a^2} - \dfrac{c}{a} = \dfrac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

$\Rightarrow \left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 = \left\{\pm\dfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right\}^2$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରାଯାଇଛି)

$\Rightarrow x + \dfrac{b}{2a} = \pm\dfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x = -\dfrac{b}{2a} \pm \dfrac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Rightarrow x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ କିମ୍ବା $x = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\alpha = \dfrac{-b + \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$; $\beta = \dfrac{-b - \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a}$ ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି $2x^2 - 5x + 3 = 0$ ସମୀକରଣଟିର ସମାଧାନ କର ।

ସମାଧାନ : $2x^2 - 5x + 3 = 0$

ଏଠାରେ $a = 2$, $b = -5$ ଓ $c = 3$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

$\Rightarrow 2x^2 - 5x = -3$

$\Rightarrow 8(2x^2 - 5x) = 8 . (-3)$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ 4a ଅର୍ଥାତ୍ 8 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କରାଗଲା)

$\Rightarrow 16x^2 - 40x = -24$

$\Rightarrow (4x)^2 - 2.4x.5 = -24$

$\Rightarrow (4x)^2 - 2.4x.5 + (5)^2 = (5)^2 - 24 = 1$

$\Rightarrow (4x - 5)^2 = (\pm 1)^2$ (ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରାଗଲା)

$\Rightarrow 4x - 5 = \pm 1 \Rightarrow 4x = 5 \pm 1$

$\Rightarrow x = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow x = \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ କିମ୍ବା $x = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$\therefore$ ମୂଳଦ୍ୱୟ $\frac{3}{2}$ ଓ 1 । (ଉତ୍ତର)

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{3}{2} = 0$ (2 ଦ୍ୱାରା ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଭାଗ କରାଗଲା)

$\Rightarrow x^2 - \frac{5}{2}x = -\frac{3}{2} \Rightarrow x^2 - 2.x.\frac{5}{4} = -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow x^2 - 2.x.\frac{5}{4} + \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \left(\frac{5}{4}\right)^2 - \frac{3}{2} = \frac{25}{16} - \frac{3}{2} = \frac{25-24}{16} = \frac{1}{16}$

$\Rightarrow \left(x - \frac{5}{4}\right)^2 = \left(\pm\frac{1}{4}\right)^2 \Rightarrow x - \frac{5}{4} = \pm\frac{1}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5}{4} \pm \frac{1}{4} = \frac{5 \pm 1}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{5+1}{4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ କିମ୍ବା $x = \frac{5-1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ମୂଳଦ୍ୱୟ $\frac{3}{2}$ ଓ 1 । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 2 : ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର ।

$$14x^2 + x - 3 = 0$$

ସମାଧାନ : $14x^2 + x - 3 = 0$

$\Rightarrow x^2 + \frac{x}{14} - \frac{3}{14} = 0$

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\frac{1}{28} = \frac{3}{14}$

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\frac{1}{28} + \left(\frac{1}{28}\right)^2 = \left(\frac{1}{28}\right)^2 + \frac{3}{14} = \frac{1}{784} + \frac{3}{14} = \frac{1+168}{784}$

$\Rightarrow x^2 + 2.x.\frac{1}{28} + \left(\frac{1}{28}\right)^2 = \frac{169}{784}$

$\Rightarrow \left(x + \frac{1}{28}\right)^2 = \left(\pm\frac{13}{28}\right)^2$

$\Rightarrow x + \frac{1}{28} = \pm\frac{13}{28} \quad \Rightarrow x = -\frac{1}{28} \pm \frac{13}{28}$

$\Rightarrow x \ \frac{-1+13}{28} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ କିମ୍ବା $x = \frac{-1-13}{28} = \frac{-14}{28} = \frac{-1}{2}$

$\therefore$ ମୂଳଦ୍ୱୟ $\frac{3}{7}$ ଓ $\frac{-1}{2}$ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 3 : ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି $x^2 + 2x - 63 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : $x^2 + 2x - 63 = 0$

ଏଠାରେ $a = 1, b = 2$ ଓ $c = -63$

ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର : $\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ଓ $\beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

ଅତଏବ $\alpha = \frac{-b + \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{(2^2 - 4 \times 1 \times (-63)}}{2 \times 1} = \frac{-2 + \sqrt{(4 + 252)}}{2} = \frac{-2+16}{2} = 7$

ଓ $\beta = \frac{-b - \sqrt{(b^2 - 4ac)}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{\{2^2 - 4 \times 1 \times (-63)\}}}{2 \times 1} = \frac{-2 - \sqrt{(4 + 252)}}{2} = \frac{-2-16}{2} = \frac{-18}{2} = -9$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ବୀଜ ଦ୍ୱୟ $\alpha = 7$ ଓ $\beta = -9$ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 4 : ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି $(6x + 5)(x - 2) = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ ନିରୂପଣ କର ।

$(6x + 5)(x - 2) = 0$

$\Rightarrow 6x(x - 2) + 5(x - 2) = 0$

$\Rightarrow 6x^2 - 12x + 5x - 10 = 0$

$\Rightarrow 6x^2 - 7x - 10 = 0$

$a = 6, b = -7\ c = -10$

ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର : $\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ଓ $\beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\therefore\ \alpha = \frac{-(-7) + \sqrt{(-7)^2 - 4x6x(-10)}}{2x6} = \frac{7 + \sqrt{49 + 240}}{12} = \frac{7 + 17}{12} = \frac{24}{12} = 2$$

$$\beta = \frac{-(-7) - \sqrt{(-7)^2 - 4x6x(-10)}}{2x6} = \frac{7 - \sqrt{49 + 240}}{12} = \frac{7 - 17}{12} = \frac{-10}{12} = -\frac{5}{6}$$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ବୀଜ ଦ୍ୱୟ 2 ଓ $-\frac{5}{6}$ । (ଉତ୍ତର)

4. ବୀଜଦ୍ୱୟର ସ୍ୱରୂପ (Nature of roots) :

$ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ $\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ଓ $\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ ଅଟନ୍ତି ।

ସମୀକରଣର ଉଭୟ ବୀଜରେ $b^2 - 4ac$ ଆବିର୍ଭାବ ହୋଇଛି । ଏହି ରାଶିକୁ ଉପରୋକ୍ତ ସମୀକରଣଟିର ପ୍ରଭେଦକ (Discriminant) ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

ଆମେ ପ୍ରଭେଦକକୁ ଏକ ସଂକେତରେ ସୂଚାଇବା ଓ ତାହା ହେଲା, $\mathbf{D=b^2-4ac}$ ।

$\therefore$ ବୀଜ ଦ୍ୱୟ ଯଦି α ଓ β ହେବେ, ତେବେ $\alpha = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ ଓ $\beta = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

ବୀଜ ଦ୍ୱୟର ସ୍ୱରୂପ ଏହି ପ୍ରଭେଦକ (D) ଦ୍ୱାରା ନିୟନ୍ତ୍ରିତ ହୋଇଥାଏ । ଅର୍ଥାତ, $D > 0, D = 0$ କିମ୍ବା $D < 0$ ହୋଇପାରେ ।

(i) ଯଦି $D > 0$ ହୁଏ ତେବେ $\sqrt{D}$ ଏକ ଧନାତ୍ମକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ହେବ । ତେଣୁ ବୀଜ ଦ୍ୱୟ ବାସ୍ତବ ଓ ଅସମାନ ହେବେ । କିନ୍ତୁ ଯଦି $D > 0$ ଏବଂ ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ରାଶି ଆସିଲା, ତେବେ ବୀଜଦ୍ୱୟ ପରିମେୟ ଓ ଅସମାନ ହେବେ ।

(ii) ଯଦି $D = 0$ ହୁଏ ତେବେ $\sqrt{D} = 0$ ହେବ ଏବଂ ବୀଜଦ୍ୱୟ $-\frac{b}{2a}$ ହେବ ଅର୍ଥାତ୍ ବୀଜଦ୍ୱୟ ବାସ୍ତବ ଓ ସମାନ ହେବେ ।

(iii) ଯଦି $D < 0$ ହୁଏ, ତେବେ $\sqrt{D}$ ର ବାସ୍ତବ ମାନ ରହିବ ନାହିଁ । ତେଣୁ ବୀଜଦ୍ୱୟ ଅବାସ୍ତବ ଓ ଅସମାନ ହେବେ ।

ଏହାକୁ ଏକ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ,

D ର ମାନ	ମୂଳଦ୍ୱୟର ସ୍ୱରୂପ	ବୀଜଦ୍ୱୟ
1. $D > 0$ (i) ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା (ii) ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ନୁହେଁ	ମୂଳଦ୍ୱୟ ବାସ୍ତବ ଏବଂ ଅସମାନ ମୂଳଦ୍ୱୟ ପରିମେୟ ଏବଂ ଅସମାନ ମୂଳଦ୍ୱୟ ଅପରିମେୟ ଏବଂ ଅସମାନ	$\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}, \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$
2. $D = 0$	ବାସ୍ତବ (ପରିମେୟ) ଏବଂ ସମାନ	$\frac{-b}{2a}$
3. $D < 0$	ଅବାସ୍ତବ ଅର୍ଥାତ୍ ବାସ୍ତବ ମୂଳ ନାହିଁ	

ଉଦାହରଣ - 6 : $x^2 + x - 2 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସ୍ୱରୂପ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a = 1, b = 1$ ଓ $c = -2$

$\therefore$ ପ୍ରଭେଦକ $D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \times 1 \times (-2) = 9$

ଯେହେତୁ $D > 0$, ବୀଜଦ୍ୱୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାସ୍ତବ ଓ ଅସମାନ । (ଉତ୍ତର)

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : 9 ଏକ ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗ ସଂଖ୍ୟା ହେତୁ ବୀଜଦ୍ୱୟ ପରିମେୟ ଏବଂ ଅସମାନ ହେବେ ।

ଉଦାହରଣ - 7 : $x^2 - 12x + 9 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସ୍ୱରୂପ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a = 1, b = -12$ ଓ $c = 9$

$\therefore$ ପ୍ରଭେଦକ $D = b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \times 1 \times 9 = 108$

ଯେହେତୁ $D > 0$, ମୂଳଦ୍ୱୟ ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଅସମାନ ଅଟନ୍ତି । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 8 : $x^2 + x + 2 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସ୍ୱରୂପ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a = 1, b = 1$ ଓ $c = 2$

$\therefore$ ପ୍ରଭେଦକ $D = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -7$

ଯେହେତୁ $D < 0$, ବୀଜଦ୍ୱୟ ଅବାସ୍ତବ (ବାସ୍ତବ ବୀଜ ନାହିଁ) ଓ ଅସମାନ । (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 9 : $x^2 - 4x + 4 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସ୍ୱରୂପ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a = 1, b = -4$ ଓ $c = 4$

$\therefore$ ପ୍ରଭେଦକ $D = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 0$

ଯେହେତୁ $D = 0$, ବୀଜଦ୍ୱୟ ବାସ୍ତବ ଓ ସମାନ (ଏକ ଓ ଅଭିନ୍ନ) । (ଉତ୍ତର)

5. ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ ଓ ସହଗ ମଧ୍ୟରେ ସଂପର୍କ :

ମନେକର $ax^2 + bx + c = 0\ (a \neq 0)$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ α ଓ β ।

ବୀଜଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ :

$$\alpha+\beta = \frac{-b+\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = \frac{-b}{a} = -\frac{x \text{ ର ସହଗ}}{x^2 \text{ ର ସହଗ}}$$

ବୀଜଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ :

$$\alpha\beta = \left[\frac{-b+\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}\right]\left[\frac{-b-\sqrt{(b^2-4ac)}}{2a}\right]$$

$$= \frac{(-b)^2 - \left(\sqrt{(b^2-4ac)}\right)^2}{4a^2} = \frac{b^2-(b^2-4ac)}{4a^2} = \frac{b^2-b^2+4ac}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} = \frac{\text{ଧ୍ରୁବକ ରାଶି}}{x^2 \text{ ର ସହଗ}}$$ ।

ମନେରଖ : $ax^2 + bx + c = 0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର,

ବୀଜଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ $= \frac{-b}{a} = -\frac{x \text{ ର ସହଗ}}{x^2 \text{ ର ସହଗ}}$

ବୀଜଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ $= \frac{c}{a} = \frac{\text{ଧ୍ରୁବକ ରାଶି}}{x^2 \text{ ର ସହଗ}}$

ଉଦାହରଣ - 10 : $7x^2 + 2x = 9$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ଓ ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : $7x^2 + 2x = 9 \Rightarrow 7x^2 + 2x - 9 = 0$

ଏଠାରେ $a = 7, b = 2, c = -9$

ବୀଜଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{7}$

ଏବଂ ବୀଜଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-9}{7} = \frac{-9}{7}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 11 : $9 - 7x^2 = 0$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ଓ ଗୁଣଫଳ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : $9 - 7x^2 = 0 \Rightarrow 7x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 7x^2 + 0.x - 9 = 0$

ଏଠାରେ $a = 7, b = 0, c = -9$

ବୀଜଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ $= \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = -\frac{0}{7} = 0$

ଏବଂ ଗୁଣଫଳ $= \alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{-9}{7} = \frac{-9}{7}$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 12 : ଯଦି α ଓ β, $x^2 + px + q = 0$ ସମୀକରଣର ଦୁଇଟି ବୀଜ ହୁଅନ୍ତି ତେବେ,

i) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}$ ii) $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2}$ ର ମାନ ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : $x^2 + px + q = 0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର α ଓ β ଦୁଇଟି ବୀଜ ହେଲେ, $\alpha + \beta = -p$ ଓ $\alpha\beta = q$ ହେବ ।

i) $\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta} = \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} = \frac{-p}{q} = -\frac{p}{q}$

ii) $\frac{1}{\alpha^2}+\frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2+\beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta}{(\alpha\beta)^2} = \frac{(-P)^2-2q}{(q)^2} = \frac{P^2-2q}{q^2}$

6. ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ଗଠନ (Formation of a quadratic equation) :

ମନେକର ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ।

ତେବେ $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ ଏବଂ $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

ବର୍ତ୍ତମାନ, $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ (a ଦ୍ୱାରା ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ ଭାଗ କଲେ)

$\Rightarrow x^2 - (-\frac{b}{a})x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

$\Rightarrow x^2 -$ (ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି)x+ମୂଳଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ = 0 ।

ସୂଚନା : ବୀଜଦ୍ୱୟ ଜଣାଥିଲେ, ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ରକୁ ବ୍ୟବହାର କରି ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ ଗଠନ କରାଯାଇପାରେ ।

ଉଦାହରଣ - 13 : ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି - 3 ଓ ଗୁଣଫଳ 5 ହେଲେ, ସମୀକରଣଟି ଗଠନ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର α ଓ β ଆବଶ୍ୟକ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ ।

ଏଠାରେ $\alpha + \beta = -3$ ଓ $\alpha\beta = 5$ (ଦତ୍ତ)

ଆବଶ୍ୟକ ସମୀକରଣ : $x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta = 0$

$\Rightarrow x^2 - (-3)x + 5 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x + 5 = 0$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 14 : ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ ଗଠନ କର ଯାହାର ବୀଜଦ୍ୱୟ $\frac{5}{3}$ ଓ $-\frac{3}{2}$

ସମାଧାନ : ମନେକର α ଓ β ଆବଶ୍ୟକ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ ।

ଅର୍ଥାତ୍ $\alpha = \frac{5}{3}$ ଓ $\beta = -\frac{3}{2}$ (ଦତ୍ତ)

$\therefore \alpha + \beta = \frac{5}{3} + \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{3} - \frac{3}{2} = \frac{10-9}{6} = \frac{1}{6}$

$\alpha\beta = \frac{5}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{5}{2}$

ଆବଶ୍ୟକ ସମୀକରଣ : $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{1}{6}x + \left(-\frac{5}{2}\right) = 0$

$\Rightarrow x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{5}{2} = 0$

$\Rightarrow \frac{6x^2 - x - 15}{6} = 0$

$\therefore 6x^2 - x - 15 = 0$

7. କେତେକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ କରିବା :

ପ୍ରଶ୍ନ -1 : $2x^2 + kx + 3 = 0$ ସମୀକରଣର ଦୁଇଟି ମୂଳ ବାସ୍ତବ ଓ ସମାନ ହେଲେ, k ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : $2x^2 + kx + 3 = 0$

ଏଠାରେ $a = 2, b = k, c = 3$

ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ ବାସ୍ତବ ଓ ସମାନ ହେତୁ $D = 0$ ହେବ

$\therefore D = b^2 - 4ac = 0$

$\Rightarrow k^2 - 4.2.3 = 0$

$\Rightarrow k^2 - 24 = 0$

$\Rightarrow k^2 = 24$

$\Rightarrow k = \pm\sqrt{24} = \pm 2\sqrt{6}$

ପ୍ରଶ୍ନ -2 : ଯଦି $ax^2 + bx + c = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ ଅପରଟିର 4 ଗୁଣ ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $4b^2 = 25ac$

ସମାଧାନ : $ax^2 + bx + c = 0$ ର ଗୋଟିଏ ମୂଳ ଅପରଟିର 4 ଗୁଣ ।

ଯଦି ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହୁଏ, ତେବେ $\beta = 4\alpha$

$\therefore \alpha + 4\alpha = -\frac{b}{a} \Rightarrow 5\alpha = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha = -\frac{b}{5a}$

ଏବଂ $\alpha \times 4\alpha = \frac{c}{a} \Rightarrow 4\alpha^2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 4.\left(-\frac{b}{5a}\right)^2 = \frac{c}{a}$

$\Rightarrow \frac{4b^2}{25a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow 4ab^2 = 25a^2c$

$\therefore 4b^2 = 25ac$ (ପ୍ରମାଣିତ) ।

ପ୍ରଶ୍ନ 3 – ଯଦି $x^2 + px + q = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ବୀଜ ଅନ୍ୟଟିର ବର୍ଗ ହୁଏ, ତେବେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ

$p3 + q^2 + q = 3pq$

ସମାଧାନ : $x^2 + px + q = 0$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟକୁ α ଓ β ନିଆଯାଉ ।

$\therefore \alpha + \beta = -p$ ଏବଂ $\alpha\beta = q$ ....(i)

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $\alpha = \beta^2$

ସମୀକରଣ (i)ରେ ଏହାକୁ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ,

$\beta^2 + \beta = -p$ ଏବଂ $\beta^3 = q$

$\Rightarrow (\beta^2 + \beta)^3 = (-p)^3$

$\Rightarrow \beta^6 + \beta^3 + 3\beta^3 (\beta^2+\beta) = -p^3$

$\Rightarrow (\beta^3)^2 + \beta^3 + 3\beta^3 (\beta^2+\beta) = -p^3$

$\Rightarrow q^2 + q + 3q(-p) = (-p)^3$ ($\beta^3 = q$ ଓ $\beta^2+\beta = -p$)

$\Rightarrow p^3 + q^2 + q = 3pq$ (ପ୍ରମାଣିତ) ।

8. ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ ରୂପରେ ରୂପାନ୍ତରଣ :

ଅନେକ ସମୀକରଣ ଅଛନ୍ତି, ଯେଉଁମାନଙ୍କ ରୂପ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ରୂପ $ax^2 + bx + c = 0$ ପରି ନୁହେଁ। ମାତ୍ର ଅଜ୍ଞାତ ରାଶିକୁ ଉପଯୁକ୍ତ ଭାବେ ପରିବର୍ତ୍ତନ କରି ଏମାନଙ୍କୁ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ ରୂପକୁ ଆଣି ସମାଧାନ କରିହେବ ।

ଉଦାହରଣ - 15 : $\sqrt{2x+9} + x = 13$ ସମାଧାନ କର ।

ସମାଧାନ : $\sqrt{2x+9} + x = 13$

$\Rightarrow \sqrt{2x+9} = 13 - x$

$\Rightarrow 2x + 9 = (13 - x)^2 = 169 + x^2 - 26x$

$\Rightarrow x^2 - 26x - 2x + 169 - 9 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 28x + 160 = 0$

$\Rightarrow x^2 - (20 + 8)x + 160 = 0$

$\Rightarrow x^2 - 20x - 8x + 160 = 0$

$\Rightarrow x(x - 20) - 8(x - 20) = 0$

$\Rightarrow (x - 20)(x - 8) = 0$

$\Rightarrow x - 20 = 0$ କିମ୍ବା $x - 8 = 0$

$\Rightarrow x = 20$ କିମ୍ବା $x = 8$

$\therefore$ x ର ମୂଲ୍ୟ 8 ଓ 20 (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 16 : $x^{-4} - 5x^{-2} + 4 = 0$ ସମାଧାନ କର ।

$\Rightarrow (x^{-2})^2 - 5(x^{-2}) + 4 = 0$

$\Rightarrow p^2 - 5p + 4 = 0$ [ଏଠାରେ $x^{-2} = p$]

$\Rightarrow p^2 - 4p - p + 4 = 0$

$\Rightarrow p(p-4) - 1(p-4) = 0$

$\Rightarrow (p-4)(p-1) = 0$

$\Rightarrow p - 4 = 0$ କିମ୍ବା $p - 1 = 0$

$\therefore x^{-2} = 4$ କିମ୍ବା $x^{-2} = 1$ ($p = x^{-2}$ ନେଲେ)

$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = 4$ କିମ୍ବା $\frac{1}{x^2} = 1$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 2^2$ କିମ୍ବା $\left(\frac{1}{x}\right)^2 = (1)^2$

$\Rightarrow \frac{1}{x} = 2$ କିମ୍ବା $\frac{1}{x} = 1$

$\therefore x = \frac{1}{2}$ କିମ୍ବା $x = 1$

$\therefore$ x ର ମାନ 1 ଓ $\frac{1}{2}$ (ଉତ୍ତର) ।

ଉଦାହରଣ - 17: ସମାଧାନ କର : $\sqrt{\frac{x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{x}} = \frac{13}{16}$

ସମାଧାନ : ମନେକର $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = y \Rightarrow \frac{1}{y} = \sqrt{\frac{1-x}{x}}$

ତେବେ ଦତ୍ତ ସମୀକରଣଟି ହେବ $y + \frac{1}{y} = \frac{13}{6}$

$\Rightarrow \frac{y^2+1}{y} = \frac{13}{6} \Rightarrow 6y^2 - 13y + 6 = 0$

ଏଠାରେ $a = 6, b = -13, c = 6 \therefore y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$\Rightarrow y = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4x6x6}}{2x6} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{12} = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{12} = \frac{13 \pm 5}{12}$

$\therefore y = \frac{13+5}{12} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}$ କିମ୍ବା $y = \frac{13-5}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

ବର୍ତ୍ତମାନ $y = \frac{3}{2}$ ନେଲେ, $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{x}{1-x} = \frac{9}{4} \Rightarrow 4x = 9 - 9x$

$\Rightarrow 13x = 9 \quad \therefore x = \frac{9}{13}$ ।

ପୁନଶ୍ଚ $y = \frac{2}{3}$ ନେଲେ, $\sqrt{\frac{x}{1-x}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x}{1-x} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9x = 4 - 4x$

$\Rightarrow 13x = 4 \quad \therefore x = \frac{4}{13}$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ମୂଳଗୁଡ଼ିକ ହେଲା $\frac{9}{13}$ ଓ $\frac{4}{13}$ (ଉତ୍ତର) ।

9. ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ପ୍ରୟୋଗ :

କେତେକ ପାଟୀଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନରେ "ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ" ର ଆବଶ୍ୟକତା ପଡ଼ିଥାଏ । ଏହି ଗାଣିତିକ ପ୍ରଶ୍ନର ତର୍ଜମା ଏବଂ ଅନୁଶୀଳନୀରେ ଆବଶ୍ୟକ ଥିବା ଉତ୍ତରକୁ ଏକ ଅଜ୍ଞାତ ରାଶି ରୂପେ ନେଇ ଏକ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ ଗଠନ କରିବା । ତତ୍‌ପରେ ଏହାକୁ ସମାଧାନ କରି ଦୁଇଟି ଉତ୍ତର ପାଇବା । ବେଳେ ବେଳେ ଏ ଦୁଇଟି ଉତ୍ତର ମଧ୍ୟରୁ ଗୋଟିଏ ଉକ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ସିଦ୍ଧ କରୁଥିବା ବେଳେ ଅନ୍ୟ ଉତ୍ତରଟି ଉକ୍ତ ସମୀକରଣକୁ ସିଦ୍ଧ କରି ନଥାଏ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ସିଦ୍ଧ କରୁଥିବା ମୂଳଟି ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର ହୋଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ : 18 : ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 5x ସେ.ମି. ଓ (3x – 1) ସେ.ମି. ଓ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 60 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ତେବେ ବାହୁଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ସମକୋଣ ସଲଗ୍ନ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ମାପ ଯଥାକ୍ରମେ 5x ସେ.ମି. ଓ (3x – 1) ସେ.ମି. ।

$\therefore$ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2}$ ସମକୋଣ ସଲଗ୍ନ ବାହୁ ଦ୍ୱୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଗୁଣଫଳ

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $\frac{1}{2}\ 5x\,(3x - 1) = 60$

$\Rightarrow 15x^2 - 5x = 120$
$\Rightarrow 3x^2 - x = 24$
$\Rightarrow 3x^2 - x - 24 = 0$
$\Rightarrow 3x^2 - 9x + 8x - 24\ 0$
$\Rightarrow 3x\,(x - 3) + 8\,(x - 3) = 0$
$\Rightarrow (x - 3)\,(3x + 8) = 0$
$\Rightarrow x - 3 = 0$ କିମ୍ବା $3x + 8 = 0$

$\Rightarrow x = 3$ କିମ୍ବା $x = \frac{8}{3}$ (ଅସମ୍ଭବ)

$\therefore$ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ଗୋଟିଏ ବାହୁ = 5x ସେ.ମି. = 15 ସେ.ମି.
ଏବଂ ଅନ୍ୟ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (3x – 1) ସେ.ମି. = 8 ସେ.ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 20 : ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଅପେକ୍ଷା 8 ମିଟର ଅଧିକ । କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 240 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ କ୍ଷେତ୍ରଟିର ପରିସୀମା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ମନେକର ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ = x ମିଟର

$\therefore$ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (x + 8) ମିଟର ।

ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $x(x + 8) = 240$

$\Rightarrow x^2 + 8x = 240$

$\Rightarrow x^2 + 8x - 240 = 0$

$\Rightarrow x^2 + 20x - 12x - 240 = 0$

$\Rightarrow x(x + 20) - 12(x + 20) = 0$

$\Rightarrow (x - 12)(x + 20) = 0$

$\Rightarrow x - 12 = 0$ କିମ୍ବା $x + 20 = 0$

$\Rightarrow x = 12$ କିମ୍ବା $x = -20$ (ଅସମ୍ଭବ)

$\therefore$ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ = 12 ମି. ଓ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 20 ମି.

$\therefore$ ଆୟତ କ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 2 (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ) = 2 (20 + 12) = 64 ମି. (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 21 :

ଏକ ଦୁଇ ଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା, ତାହାର ଅଙ୍କ ଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳର 3 ଗୁଣ । ଏକକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କଟି ଦଶକ ସ୍ଥାନରେ ଥିବା ଅଙ୍କ ଠାରୁ 2 ବୃହତ୍ତର । ସଂଖ୍ୟାଟି ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାର ଦଶକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ x,

ତେଣୁ ଏକକ ସ୍ଥାନୀୟ ଅଙ୍କ = x + 2

$\therefore$ ଦୁଇଅଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟାଟି : $10x + (x + 2) = 11x + 2$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $11x + 2 = 3[x(x + 2)] = 3x^2 + 6x$

$\Rightarrow 3x^2 + 6x - 11x - 2 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 6x + x - 2 = 0$

$\Rightarrow 3x(x - 2) + 1(x - 2) = 0$

$\Rightarrow (x - 2)(3x + 1) = 0$

$\Rightarrow x - 2 = 0$ କିମ୍ବା $3x + 1 = 0$

$\Rightarrow x = 2$ କିମ୍ବା $x = -\frac{1}{3}$ (ଅସମ୍ଭବ) $\therefore$ ସଂଖ୍ୟାଟି $11x + 2 = 24$ (ଉତ୍ତର)

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ 1 ନମ୍ବର)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(i) $cx^2 + ax - b = 0$ ସମୀକରଣର ପ୍ରଭେଦକଟି ---- ।

(ii) 1 ଓ –1 ମୂଳ ବିଶିଷ୍ଟ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣଟି ---- ।

(iii) ଯଦି $2x^2 - 4x + 2 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ $(\alpha - \beta)$ ର ମାନ ---- ହେବ ।

(iv) $x^2 - kx + 6 = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ 3 ହେଲେ, k ର ମାନ ---- ।

(v) ଦୁଇଟି କ୍ରମିକ ପୂର୍ଣ୍ଣ ସଂଖ୍ୟାର ଗୁଣଫଳ 240 । ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟାକୁ x ନେଇ ଏଇ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣ ଗଠନ କଲେ ସମୀକରଣଟି ----- ହେବ ।

(vi) $4x^2 + kx + 3 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ ବାସ୍ତବ ଓ ସମାନ ହେଲେ, k ର ମାନ ----- ହେବ ।

(vii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଏହାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମର ସମଷ୍ଟି 3 । ସଂଖ୍ୟାଟି x ହେଲେ,
ଆବଶ୍ୟକ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣଟି ---- ।

(viii) $\sqrt{x} + x = 6$ କୁ ଏକ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ଆବଶ୍ୟକ ସମୀକରଣଟି ----- ହେବ ।

(ix) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ----- ।

(x) $x^2 + 7x + 12 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ ----- ।

(xi) $kx^2 - 4x - 4 = 0$ ମୀକରଣର ପ୍ରଭେଦକ 64 ହେଲେ, k ର ମାନ ----- ।

(xii) $x = \sqrt{12 + \sqrt{12 + \sqrt{12}}}$ ହେଲେ x ର ଧନାତ୍ମକ ମାନ ----- ।

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ :

(i) P ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ $2x^2 - 3x + P = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେବେ ?

(ii) $x + \frac{1}{x} = 2$ ସମୀକରଣର ସମାଧାନ କେତେ ?

(iii) $x^2 - 5x + k = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ବୀଜ ଅନ୍ୟଟିର ଚାରିଗୁଣ ହେଲେ, k ର ମାନ କେତେ ?

(iv) $x = \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6}}}$ ହେଲେ x ର ମାନ କେତେ ?

(v) $kx^2 - (2k + 1)x + 5 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 3 ହେଲେ, k ର ମାନ କେତେ ହେବ ?

(vi) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\alpha^{-1} + \beta^{-1}$ ର ମାନ କେତେ ?

(vii) $(x + 5)(x - 5) = 39$ ର ଧନାତ୍ମକ ମୂଳଟି କେତେ ?

(viii) $2x^2 - 3 = 0$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

(ix) $2x^2 - 7x + 12 = 0$ ର ବୀଜଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(x) $x^2 - Px + 4 = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ 2 ହେଲେ P ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(xi) $5x^2 + 2x + c = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ –2. ହେଲେ C ର ମାନ କେତେ ?

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର ।

(i) $x^2 + 3x + 4 = 0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\alpha^2 + \beta^2$ ର ମାନ କେତେ ?

(ii) m ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ $2x^2 - mx + m = 0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ସମାନ ବୀଜ ରହିବ ?

(iii) ସମୀକରଣର ବୀଜ ଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $2x^2 - 5x = 0$ ସମୀକରଣରୁ $\alpha\, \beta$ ର ମାନ କେତେ ?

(iv) $x^2 + mx - 64 = 0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ବୀଜ ଅନ୍ୟର ବର୍ଗ ହେଲେ, m ର ମାନ କେତେ ?

(v) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ତାର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ଠାରୁ 3 କମ୍ । ସଂଖ୍ୟାଟିକୁ y ନିଆଗଲେ, y ସମ୍ବଳିତ ସମୀକରଣଟି କ'ଣ ହେବ ?

(vi) $x^2 + 5x + m = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ 6 ହେଲେ, m ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(vii) $2x^2 - 14x + k = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ 12 ହେଲେ, k ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ?

(viii) $x^2 - 7x + 12 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

(ix) $6x^2 - 5x + 1 = 0$ ର ପ୍ରଭେଦ କେତେ ?

(x) $x^2 + kx + 12 = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ 4 ହେଲେ, k ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

4. 'କ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ 'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭସ୍ଥ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର ।

	'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
(a)	$x^2 - 6x + 8 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ।	(i) 1
(b)	$x^2 - 6x + 8 = 0$ ସମୀକରଣର ପ୍ରଭେଦ ।	(ii) 2
(c)	$x^2 - Px + 12 = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ 3 ହେଲେ P ର ମୂଲ୍ୟ ।	(iii) –2
(d)	$3x^2 - 2x + 1 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ ର ମାନ	(iv) 3
(e)	$5x^2 + 2mx + 5 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ ବାସ୍ତବ ଓ ସମାନ ହେଲେ, m ର ମାନ	(v) –3
(f)	$x^2 + 3x + 4 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\alpha^2 + \beta^2$ ର ମାନ	(vi) 4
(g)	$mx^2 - 4x - 4 = 0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ପ୍ରଭେଦକ 64 ହେଲେ m ର ମାନ	(vii) 5
(h)	$8x^2 - 5x + m = 0$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଲେ m ର ମାନ	(viii) 6
		(ix) 7
		(x) –5
		(xi) 8

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକର ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (T) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (F) ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସ ଭିତରରେ ଲେଖ ।

(i) $x^2 - qx - 64 = 0$ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ବୀଜ ଅନ୍ୟଟିର ବର୍ଗ ହେଲେ q ର ମାନ 12 ହେବ । ☐

(ii) ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ତାର ବର୍ଗ ସହ ସମାନ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି 0 ବା 1 ହେବ । ☐

(iii) $x^2 + x - 2 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{5}{4}$ ହେବ ।. ☐

(iv) $2x^2 - mx + m = 0$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ ସମାନ ହେଲେ $m = 6$ ହେବ ।. ☐

(v) ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ $2x^2 - 5x = 0$ ସମୀକରଣରୁ $\alpha\ \beta$ ର ମାନ $\frac{5}{2}$ ହେବ । ☐

(vi) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ସମୀକରଣର ପ୍ରଭେଦକ 3 ଅଟେ । ☐

(vii) $mx^2 - (2m + 1)x + 5 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 3 ହେଲେ, m ର ମାନ 1 ହେବ । ☐

(viii) $x + \frac{1}{x} = 2$ ର ସମାଧାନ –1 ଓ 1 ଅଟେ ।. ☐

(ix) $cx^2 + ax - b = 0$ ସମୀକରଣର ପ୍ରଭେଦକଟି $b^2 - 4ac$ ଅଟେ । ☐

(x) $qx^2 + rx + P = 0$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପର ଗୁଣନାତ୍ମକ ବିଲୋମୀ ହେଲେ $p = q$ ହେବ । ☐

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ପୂର୍ଣ୍ଣ ବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର । $2x^2 - 9x + 4 = 0$
2. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର । $x^2 + x - 6 = 0$
3. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର । $2x^2 - 13x + 20 = 0$
4. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର । $2x^2 - 9x + 9 = 0$
5. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର । $2x^2 - 5x + 2 = 0$
6. ପୂର୍ଣ୍ଣବର୍ଗରେ ପରିଣତ କରି ସମାଧାନ କର । $3x^2 - 13x + 12 = 0$
7. $2x^2 - 6x + 3 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ,

   ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, $\alpha\beta\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} + 3\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) + 2\alpha\beta = 13$
8. ଯଦି $x^2 - Px + q = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ ଅନ୍ୟଟିର 2 ଗୁଣ ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $2P^2 = 9q$ ।
9. $5x^2 - 3x - 2 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହୁଏ, ତେବେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $\alpha^3 + \beta^3 = \frac{117}{125}$ ।
10. $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟ α ଓ β ହେଲେ, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।
11. ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଅପେକ୍ଷା ୪ ମିଟର ଅଧିକ । କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 240 ବର୍ଗ ମିଟର ହେଲେ, କ୍ଷେତ୍ରଟିର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
12. ଗୋଟିଏ ଦ୍ୱିଘାତ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 3 ଓ ମୂଳଦ୍ୱୟର ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି 29 ହେଲେ, ସମୀକରଣଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
13. ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ନିମ୍ନଲିଖିତ ସମୀକରଣମାନଙ୍କର ମୂଳ ନିରୂପଣ କର ।
    (i) $15x^2 - x - 28 = 0$, (ii) $(x + 5)(x - 5) = 39$ (iii) $(2x - 1)(x - 2) = 0$ (iv) $12x^2\ \ x - 6 = 0$
14. ଯଦି $x^2 + Px + q = 0$ ସମୀକରଣର ବୀଜଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି ସେମାନଙ୍କର ବର୍ଗର ସମଷ୍ଟି ସହ ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ଦର୍ଶାଅ ଯେ, $2q = P(P + 1)$ ।
15. ସମାଧାନ କର : $x(x + 5)(x + 7)(x + 12) + 150 = 0$

16. ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ଓ ତାହାର ଧନାତ୍ମକ ବର୍ଗମୂଳର ସମଷ୍ଟି 90 ହେଲେ ସଂଖ୍ୟାଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

17. ଦୁଇଟି ସଂଖ୍ୟାର 15 ଓ ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟୁତ୍କ୍ରମ ରାଶ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି $\frac{3}{10}$ ହେଲେ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟ ନିରୂପଣ କର ।

18. ସମାଧାନ କର : $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) = 120$

19. $2(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 3(x + \frac{1}{x}) - 1 = 0$ ।

20. ଏକ ନୌକାର ବେଗ ସ୍ଥିର ଜଳରେ ଘଣ୍ଟାପ୍ରତି 11 କି.ମି. । ଏହା ସ୍ରୋତର ପ୍ରତିକୂଳରେ 12 କି.ମି. ଯାଇ ପୁନଶ୍ଚ (ଅନୁକୂଳରେ) ଫେରିଆସିବାକୁ 2 ଘଣ୍ଟା 45 ମିନିଟ୍ ସମୟ ନେଲା । ତେବେ ସ୍ରୋତର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ :

1. i) $a^2 + 4bc$ ii) $x^2 - 1 = 0$ iii) 0 iv) 5 v) $x^2 + x - 240 = 0$ vi) $\pm 4\sqrt{3}$ vii) $x^2 - 3x + 1 = 0$ viii) $x^2 - 13x + 36 = 0$ ix) 5 x) 12 xi) 3 xii) 4

2. i) 2 ii) 1 iii) 4 iv) 3 v) 1 vi) $\frac{5}{6}$ vii) 8 viii) 0 ix) $\frac{1}{24}$ x) 4 xi) –16

3. i) 1 ii) 8 iii) 0 iv) –12 v) $y^2 + 3y - 1 = 0$ vi) 6 vii) 24 viii) 7 ix) 1 x) –7

4. a) viii b) vi c) ix d) ii e) vii f) i g) iv h) xi

5. i) T ii) T iii) T iv) F v) F vi) F vii) T viii) F ix) F x) T

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ :

1. $(4, \frac{1}{2})$, 2. $(2, -3)$, 3. $(4, \frac{5}{2})$ 4. $(3, \frac{5}{2})$ 5. $(2, \frac{1}{2})$ 6. $(3, \frac{4}{3})$

10. $\frac{5}{2}$, 11. 64 ମିଟର 12. $x^2 - 3x + 19 = 0$ 13. i) $\left(-\frac{4}{3}, \frac{7}{5}\right)$ ii) $(8, -8)$ iii) $(\frac{1}{2}, 2)$

iv) $\left(\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}\right)$ 15. $(-6, \pm\sqrt{6}, -6 \pm \sqrt{31})$ 16. 81, 17. 5 ଓ 10 18. $(-6, 1)$

19. $(2, \frac{1}{2})$ 20. 5 କି.ମି.

=====

ତୃତୀୟ ଅଧ୍ୟାୟ

ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି

(ARITHMETIC PROGRESSION)

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ :

1. ଅନୁକ୍ରମ (Sequence) :

ଗୋଟିଏ ନିୟମକୁ ଭିତ୍ତି କରି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମ (Order) ରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାସମୂହକୁ ଏକ **ଅନୁକ୍ରମ (Sequence)** କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ : 1, 3, 5, 7 ....;

ନିୟମ : 3 – 1 = 5 – 3 = 7 – 5 = 9 – 7 = ... = 2

ଅର୍ଥାତ୍ ଏଥିରେ ଥିବା ପରବର୍ତ୍ତୀ ଓ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ପାର୍ଥକ୍ୟ 2

ସେହିପରି ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ନିୟମରେ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟାସମୂହ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ଅନୁକ୍ରମ କେତୋଟି ନିମ୍ନରେ ଦିଆଗଲା ।

2, 4, 6, 8..............;

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$..........;

5, 8, 11, 14, 17, ...100, 95, 90, 85, 80..... ଇତ୍ୟାଦି ।

ଅନୁକ୍ରମର ବିଶେଷତ୍ୱ :

- ଅନୁକ୍ରମରେ ଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଖ୍ୟାକୁ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ପଦ (term) କୁହାଯାଏ ।
- ପ୍ରଥମ ତିନିଟି କିମ୍ବା ଚାରିଟି ପଦକୁ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରି ଏହାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ପଦଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣି ହୁଏ ।
- ଅନୁକ୍ରମକୁ ସାଧାରଣତଃ t_1, t_2, t_3, t_4, ... ରୂପେ ଲେଖାଯାଏ ।
- ଏଠାରେ t_1, t_2, t_3, t_4, ... ଆଦି ହେଉଛି ଯଥାକ୍ରମେ ୧ମ ପଦ, ୨ୟ ପଦ, ୩ୟ ପଦ..... n- ତମ ପଦ ।
- n-ତମ ପଦ (t_n) କୁ **ସାଧାରଣ ପଦ** କୁହାଯାଏ ।

2. ପ୍ରଗତି (Progression) :

ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ନିୟମକୁ ନେଇ କ୍ରମରେ ଥିବା ଅନୁକ୍ରମକୁ ଗୋଟିଏ **ପ୍ରଗତି (Progression)** କୁହାଯାଏ ।

ପ୍ରଗତି ସାଧାରଣତଃ ତିନି ପ୍ରକାରର –

ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି (Arithmetic progression)

ଗୁଣୋତ୍ତର ପ୍ରଗତି (Geometric progression)

ହରାତ୍ମକ ପ୍ରଗତି (Harmonic progression)

3. ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି (Arithmetic Progression (A.P.)) :

- ଯଦି କୌଣସି ଅନୁକ୍ରମର ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରୁ (ପ୍ରଥମଟିକୁ ଛାଡ଼ି) ପୂର୍ବପଦର ବିୟୋଗଫଳ ସର୍ବଦା ସମାନ ହୁଏ, ତେବେ ଅନୁକ୍ରମଟିକୁ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି (A. P.) କୁହାଯାଏ ।

- ଏଠାରେ ବିୟୋଗଫଳକୁ **ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର (Common difference)** କୁହାଯାଏ ଓ ଏହାକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ 'd' ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରାଯାଏ ।

- ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ପାଇଁ $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = t_4 - t_3 = \ldots\ldots = t_n - t_{n-1} = d$ ଅଟେ ।

4. ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର n-ତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ :

କୌଣସି A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ a ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d ହେଲେ ଏହି ଅନୁକ୍ରମର ସାଧାରଣ ରୂପ

$$t_1 = a$$
$$t_2 = a + d = a + (2 - 1)\,d$$
$$t_3 = a + 2d = a + (3 - 1)\,d$$
$$t_4 = a + 3d = a + (4 - 1)\,d$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\boxed{t_n = a + (n - 1)\,d}$$

- A.P. ରେ ଥିବା ଅନୁକ୍ରମର ସାଧାରଣ ରୂପଟି $a, a + d, a + 2d, a + 3d, \ldots\ldots, a + (n - 1)d$

- **n ତମ ପଦର ସୂତ୍ର : $t_n = a + (n - 1)d$**

A.P. ରେ ସାଧାରଣତଃ ପ୍ରଥମ ପଦକୁ a ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତରକୁ d ନିଆଯାଇଥାଏ ।

ଉଦାହରଣ : ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରତ୍ୟେକଟି ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ A.P. ଅଟନ୍ତି ।

(i) $-11, 0, 11, 22, 33, 44\ldots\ldots\ldots$

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ପଦ $a = -11$ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = 0 - (-11) = 11 - 0 = 22 - 11 = 11$

(ii) $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \ldots\ldots\ldots$

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ପଦ $a = \frac{1}{3}$ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$

ଉପରେ ଥିବା A.P. ମାନଙ୍କର ସାଧାରଣ ପଦ t_n ଗୁଡ଼ିକ ଯଥାକ୍ରମେ

(i) $t_n = -11 + (n - 1)11 = -11 + 11n - 11 = 11n - 22$

(ii) $t_n = \frac{1}{3} + (n - 1)\frac{1}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3}n - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}n$

- କୌଣସି A.P. ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେଲେ, ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ରରେ a, n ଏବଂ d ମାନ ସ୍ଥାପନ କରି t_n ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ ।

- ମନେକର ଉପରୋକ୍ତ ପ୍ରଥମ A.P. ର ଦଶମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

$t_{10} = -18 + (10-1)2 = -18 + 18 = 0$

5. ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର ପ୍ରଥମ n - ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟି :

ବର୍ତ୍ତମାନ ଆମେ a, a + d, a + 2d, a + 3d, ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ପଦର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । ମନେକର n ତମ ପଦଟି $t_n = a + (n-1)d = l$ ହେଉ । ତେବେ ଶେଷ ପଦ = l, ଏହାର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ପଦ $l - d$, $l - d$ ର ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ପଦ $l - 2d$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ମନେକର n ତମ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଗଫଳ S_n

$\therefore S_n = a + (a + d) + ... + (l - d) + l$

$S_n = l + (l - d) + ... + (a + d) + a$ (ପଦଗୁଡ଼ିକ ଓଲଟାକ୍ରମରେ ଲେଖାଯାଇଛି)

ମିଶାଇଲେ $2S_n = (a + l) + (a + l) + ...$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ

$\therefore 2S_n = n(a + l)$ $\quad\therefore S_n = \frac{n}{2}(a + l)$

$\therefore$ n **ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟିର ସୂତ୍ର :** $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a + l)}$

ଅର୍ଥାତ୍ $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(\text{ପ୍ରଥମ ପଦ} + n \text{ ତମ ପଦ})}$

ପୁନଶ୍ଚ ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ରରେ $l = a + (n-1)d$ ସ୍ଥାପନ କଲେ

$$S_n = \frac{n}{2}\{a + a + (n-1)d\} \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$\therefore$ **n ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟିର ଅନ୍ୟ ଏକ ସୂତ୍ର :** $\boxed{S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}}$

ଅନୁସିଦ୍ଧାନ୍ତ : - ପ୍ରଥମ n ଗୋଟି ଗଣନସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

କାରଣ ପ୍ରଥମ ପଦ = 1 ଓ n ତମ ପଦ = n ।

- ଯଦି ପ୍ରଥମ ପଦ a ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = 0$ ହୁଏ ତେବେ ପ୍ରଗତିଟି a, a, a, a, ... ହେବ ଏବଂ $S_n = a+a+a+....$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ = na ହେବ ।

ଏକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର (i) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗକଲେ;

(ii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରୁ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ବିୟୋଗ କଲେ;

(iii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଶୂନ ବ୍ୟତୀତ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ;

(iv) ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦକୁ ଶୂନ ବ୍ୟତୀତ ସମାନ ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱାରା ଭାଗ କଲେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସ୍ଥଳରେ ଲବ୍ଧ ଅନୁକ୍ରମଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିରେ ରହିବେ ।

ପ୍ରମାଣ : ମନେକର ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର ପ୍ରଥମ ପଦ a ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d

ଓ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିଟି a, a+d, a + 2d, ..., a+(n–1)d,

(i) ର ସତ୍ୟତା ପାଇଁ ପ୍ରତ୍ୟେକ ପଦରେ k ସଂଖ୍ୟାଟି ଯୋଗ କଲେ ଲବ୍ଧ ଅନୁକ୍ରମଟି $(a+k), (a+k)+d, (a+k)+2d, \ldots, (a+k)+(n-1)d$ ହେବ । ଏହା ମଧ୍ୟ ଏକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ଯେଉଁଥିରେ ପ୍ରଥମ ପଦ a+k ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d, ଠିକ୍ ଅନୁରୂପ ଭାବେ (ii), (iii) ଓ (iv) ର ପ୍ରମାଣ କରାଯାଇପାରିବ ।

ଉଦାହରଣ - 1 :

ଗୋଟିଏ A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ 4 ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 3 ହେଲେ

(i) A.P. ଟି ଲେଖ,

(ii) A.P. ର 33 ତମ ପଦ (t_{33}) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ଓ

(iii) A.P. ର ପ୍ରଥମ 40 ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି (s_{40}) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : (i) A. P. = 4, 7, 10, 13, 16, ... $[\because a = 4$ ଏବଂ $d = 3]$

(ii) $t_{33} = 4 + (33 - 1) \times 3 = 100$ $[\because t_n = a + (n-1)d]$

(iii) 40 ଟି ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମିଶାଣଫଳ $(S_{40}) = \frac{40}{2}\{2\times 4 + (40-1)3\} = 20 . (8+117)$

$\Rightarrow S_{40} = 20 \times 125$ $[\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}]$

$\Rightarrow S_{40} = 2500$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 2 : 2, 4, 6, 8, ... ଅନୁକ୍ରମର S_{50} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $t_2 - t_1 = 4 - 2 = 2,\ t_3 - t_2 = 6 - 4 = 2,\ t_4 - t_3 = 8 - 6 = 2$ ....ଇତ୍ୟାଦି ।

$\therefore$ ଦତ୍ତ ଅନୁକ୍ରମଟି ଏକ A.P. ଅଟେ ଏବଂ ଏହାର a = 2 ଓ d = 2

$\therefore S_{50} = \frac{50}{2}\{2\times 2 + (50-1)2\} = 2550$ $[\because S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}]$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 3 : ଗୋଟିଏ ଅନୁକ୍ରମର $t_n = 2n + 3$ ହେଲେ S_n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : $t_n = 2n + 3$ ଦୁଇ ପାର୍ଶ୍ୱରେ n ବଦଳରେ 1 ଲେଖିଲେ ପାଇବା

$t_1 = 2\times 1 + 3 = 5 \Rightarrow a = 5$

ସେହିଭଳି n ବଦଳରେ 2 ଲେଖିଲେ ଏବଂ 3 ଲେଖିଲେ ପାଇବା

$t_2 = 2\times 2 + 3 = 7$ ଏବଂ $t_3 = 2\times 3 + 3 = 9$

$t_3 - t_2 = 9 - 7 = 2$ ଏବଂ $t_2 - t_1 = 7 - 5 = 2$ $\therefore t_3 - t_2 = t_2 - t_1 = 2$

$\therefore$ ଦତ୍ତ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 2 ହେତୁ ଲବ୍ଧ ଅନୁକ୍ରମଟି ଏକ A.P. ଯାହାର d = 2

$S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d] = \frac{n}{2}[2\times 5 + (n-1)\times 2]$

$= \frac{n}{2}(10+2n-2) = \frac{n}{2}(2n+8) = n(n+4) = n^2 + 4n$ (ଉତ୍ତର)

ଟୀକା: n ସ୍ଥାନରେ ଗୋଟିଏ ଯେକୌଣସି ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟା ନେଇ ଏକ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟି ମଧ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରାଯାଇପାରିବ । ଅର୍ଥାତ୍ n = 30 ନେଲେ, S_{30} ନିର୍ଣ୍ଣିତ ହୋଇପାରିବ ।

$\therefore S_{30} = 30^2 + 4\times 30 = 900 + 120 = 1020$

ଉଦାହରଣ - 4 : ଗୋଟିଏ ଅନୁକ୍ରମର $S_n = 3n + 4n^2$ ହେଲେ, t_7 କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଦତ୍ତ ଅଛି $S_n = 3n + 4n^2$

(n–1) ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟି S_{n-1} ହେଲେ (S_n ରେ n ପରିବର୍ତ୍ତେ n–1 ଲେଖିଲେ)

$S_{n-1} = 3(n-1) + 4(n-1)^2 = 3n - 3 + 4n^2 - 8n + 4 = -5n + 4n^2 + 1$

ମାତ୍ର $S_n = S_{n-1} + t_n \Rightarrow 3n + 4n^2 = -5n + 4n^2 + 1 + t_n$

$\Rightarrow t_n = 8n - 1$ .... (i)

$\therefore t_7 = 8 \times 7 - 1 = 55$ [(i) ରେ n = 7 ଲେଖିଲେ] (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 5 : ଦର୍ଶାଅ ଯେ, ଗୋଟିଏ A.P. ର $t_{m+n} + t_{m-n} = 2t_m$

ସମାଧାନ : ମନେକର A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର ଯଥାକ୍ରମେ a ଓ d

$\therefore t_{m+n} = a + (m+n-1)d$ ଏବଂ $t_{m-n} = a + (m-n-1)d$

$t_{m+n} + t_{m-n} = (a+a) + (m+n-1+m-n-1)d = 2a + (2m-2)d$

$= 2\{a+(m-1)d\} = 2t_m$

$\therefore t_{m+n} + t_{m-n} = 2t_m$ (ପ୍ରମାଣିତ)

6. ଅନ୍ତର ସୂତ୍ର (Difference formula) :

'ଅନ୍ତର ସୂତ୍ର' ପ୍ରୟୋଗ କରି ପ୍ରଗତିରେ ଥିବା ପଦମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି ନିରୂପଣ କରାଯାଏ ।

ଅନ୍ତର ସୂତ୍ର : $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\left[\because \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}\right]$

ଏଠାରେ ଗୋଟିଏ ପଦକୁ ଦୁଇଟି ପଦର ଅନ୍ତର ରୂପେ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଛି । ଏହି ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ପାଇବା :

$\frac{1}{1\times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$ ଏବଂ $\frac{1}{2\times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

ଉଦାହରଣ : $\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + ... + \frac{1}{n(n+1)}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଅନ୍ତର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କଲେ $\frac{1}{1\times 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2\times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$

$\frac{1}{3\times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

....

$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

ମିଶାଇଲେ, $\frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + ... + \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{n(n+1)}$

$\therefore S_n = \frac{n+1-1}{n+1} = \frac{n}{n+1}$ (ଉତ୍ତର)

ପୂର୍ବରୁ ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା, ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଓ ଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାର କୌଶଳ ତୁମେମାନେ ଜାଣିଛ, ଯାହାକୁ ନିମ୍ନରେ ଦିଆଯାଇଛି ।

7. କେତୋଟି ସୂତ୍ର :

(i) **ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (Natural Numbers) ର ଯୋଗଫଳ :**

ମନେକର $S_n = 1 + 2 + 3 + ... n$

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ପଦ = 1, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର = 1, ପଦସଂଖ୍ୟା= n

$$S_n = \frac{n}{2}\{2x1+(n-1)1\} = \frac{n}{2}(2+n-1) = \frac{n(n+1)}{2} ....(1)$$

ସୂତ୍ର : $\boxed{1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}}$

(ii) **ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଅଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (Odd Natural Numbers) ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ**

ମନେକର, $S_n = 1 + 3 + 5 + ...$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ

ଏଠାରେ ପ୍ରଥମ ପଦ = 1, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର = 2, ପଦସଂଖ୍ୟା = n

$$S_n = \frac{n}{2}\{2x1+(n-1)2\} = \frac{n}{2}(2+n-2) = \frac{n}{2}.2n = n^2.............(2)$$

ସୂତ୍ର : $\boxed{1 + 3 + 5 + ... + n \text{ ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ } = n^2}$

(iii) **ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା (Even Natural Numbers) ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ :**

ମନେକର, $S_n = 2 + 4 + 6 + ...$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ

$= 2 (1+ 2 + 3 + ...$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ)

$= 2 . \frac{n(n+1)}{2} = n (n + 1)$; [(1) ସାହାଯ୍ୟରେ] ....(3)

ସୂତ୍ର : $\boxed{2 + 4 + 6 + ... + n \text{ ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ } = n (n + 1)}$

(A) **ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ବର୍ଗର (Squares of Natural Numbers) ଯୋଗଫଳ :**

ମନେକର, $S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2$

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, $n^3 - (n-1)^3 = n^3 - (n^3 - 3n^2+3n-1) = 3n^2 - 3n + 1$

ଏହା ଏକ ଅଭେଦ ଯାହାକି ଏକ ଅନ୍ତର ଅଟେ । ଏଥିରେ n ବଦଳରେ 1, 2, 3, 4............ ଇତ୍ୟାଦି କ୍ରମରେ ଲେଖିଲେ

$1^3 - 0^3 = 3.1^2 - 3.1 + 1$

$2^3 - 1^3 = 3.2^2 - 3.2 + 1$

$3^3 - 2^3 = 3.3^2 - 3.3 + 1$

....

....

$(n-1)^3 - (n-2)^3 = 3(n-1)^2 - 3(n-1) + 1$

$n^3 - (n-1)^3 = 3 \,.\, n^2 - 3 \,.\, n + 1$

$n^3 = 3\,(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2) - 3\,(1 + 2 + 3 + ... + n) + n$

ବାମପାର୍ଶ୍ୱ ଓ ଦକ୍ଷିଣ ପାର୍ଶ୍ୱର ପଦଗୁଡ଼ିକ ଯୋଗ କରିବାରୁ

$\Rightarrow n^3 = 3S_n - 3 \,.\, \frac{1}{2} n\,(n+1) + n$ (ସୂତ୍ର (1) ଅନୁସାରେ)

$\Rightarrow -3S_n = -n^3 + n - \frac{3n}{2}(n+1) \Rightarrow 3S_n = n^3 - n + \frac{3n}{2}(n+1)$

$= n(n^2 - 1) + \frac{3n}{2}(n+1)$

$= n(n+1)\,\{(n-1) + \frac{3}{2}\} = n(n+1)\left(\frac{2n-2+3}{2}\right) = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$

$\Rightarrow S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ .... (4)

ସୂତ୍ର : $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(B) ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ଘନ (Cubes of Natural Numbers)ର ଯୋଗଫଳ :

ମନେକର, $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$

ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ, $(r+1)^2 - (r-1)^2 = 4r$

ଉଭୟ ପାର୍ଶ୍ୱକୁ r^2 ଦ୍ୱାରା ଗୁଣନ କଲେ, $r^2\,(r+1)^2 - (r-1)^2\; r^2 = 4r^3$

ଏହା ଏକ ଅଭେଦ ଓ r ବଦଳରେ 1, 2, 3............. n ଲେଖିଲେ ଆମେ ନିମ୍ନଲିଖିତ n ଗୋଟି ଧାଡ଼ି ପାଇବା ।

$1^2 \,.\, 2^2 - 0^2 \,.\, 1^2 = 4 \,.\, 1^3$

$2^2 \,.\, 3^2 - 1^2 \,.\, 2^2 = 4 \,.\, 2^3$

$3^2 \,.\, 4^2 - 2^2 \,.\, 3^2 = 4 \,.\, 3^3$

....

....

$(n-1)^2 \,.\, n^2 - (n-2)^2 \,.\, (n-1)^2 = 4(n-1)^3$

$n^2\;(n+1)^2 - (n-1)^2 \,.\, n^2 = 4n^3$

ଯୋଗକଲେ, $n^2\;(n+1)^2 = 4\,(1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3)$

$\therefore 4S_n = n^2\,(n+1)^2$

$\therefore S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4} = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ ....(5)

ସୂତ୍ର : $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

ଦ୍ରଷ୍ଟବ୍ୟ : $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots\ldots\ldots + n^3 = (1+2+3+\ldots\ldots\ldots+n)^2$

ଅର୍ଥାତ୍ **n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଘନର ସମଷ୍ଟି, ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳର ବର୍ଗ ସଙ୍ଗେ ସମାନ ।**

ବି.ଦ୍ର. : $n^4 - (n-1)^4 = 4n^3 - 6n^2 + 4n - 1$ ଅଭେଦର ପ୍ରୟୋଗରେ ମଧ୍ୟ S_n ସ୍ଥିର କରାଯାଇପାରିବ ।

Σ ଚିହ୍ନ (Sigma notation) :

ସୁବିଧା ସକାଶେ କେତେଗୁଡ଼ିଏ ପଦମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟିକୁ ସଂକ୍ଷେପରେ ଗ୍ରୀକ୍ ଅକ୍ଷର ସିଗ୍‌ମା (Σ) ବ୍ୟବହାର କରାଯାଇ ପ୍ରକାଶ କରାଯାଇଥାଏ ।

$$1+2+3+\ldots\ldots + n = \Sigma n = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots + n^2 = \Sigma n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$1^3+2^3+3^3+\ldots\ldots + n^3 = \Sigma n^3 = \left\{\frac{n(n+1)^2}{2}\right\}$$ ଇତ୍ୟାଦି ।

ଉଦାହରଣ - 1 : $\Sigma\, n(n+1) = \Sigma(n^2 + n) = \Sigma n^2 + \Sigma n,$

$$\Sigma(n+1)\,(n+2) = \Sigma(n^2 + 3n + 2) = \Sigma n^2 + 3\Sigma n + \Sigma 2 = \Sigma n^2 + 3\Sigma n + 2n$$

ଉଦାହରଣ - 2 : $1 \,.\, 2 + 2 \,.\, 3 + 3 \,.\, 4 + \ldots\ldots\ldots\ldots + n(n+1)$ ର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $t_n = n(n+1)$ ମନେକର n ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ଯୋଗଫଳ $= S_n$

$$\therefore\ S_n = \Sigma t_n = \Sigma n\,(n+1) = \Sigma(n^2 + n) = \Sigma n^2 + \Sigma n$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}\left(\frac{2n+1}{3} + 1\right)$$

$$= \frac{n(n+1)}{2} . \frac{2(n+2)}{3} = \frac{1}{3}(n+1)\,(n+2)$$

$$\therefore\ S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$$ (ଉତ୍ତର)

ଟୀକା : Σn^2 ଓ Σn ସୂତ୍ରଦ୍ୱୟର ସିଧାସଳଖ ପ୍ରୟୋଗ କରାଯାଇଛି ।

ଉଦାହରଣ - 3 : $1+(1+2)+(1+2+3)+(1+2+3+4)+......$ ର n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ n ତମ ପଦଟି $t_n = (1+2+.....+n) = \frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{2}n^2 + \frac{n}{2}$

$$\therefore S_n = \Sigma t_n = \frac{1}{2}\Sigma n^2 + \frac{1}{2}\Sigma n$$

$$= \frac{1}{2}\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{1}{2}\frac{n(n+1)}{2} = \frac{1}{4}n(n+1)\left(\frac{2n+1}{3}+1\right)$$

$$= \frac{1}{4}\frac{n(n+1)(2n+4)}{3} = \frac{1}{6}n(n+1(n+2)$$

$$\therefore S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 4 : $1^2+3^2+5^2+7^2+..........$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ ଆବଶ୍ୟକୀୟ ଯୋଗଫଳରେ n ତମ ପଦ t_n ହେଲେ

$$t_n = \{1+(n-1)\,2\}^2 = (2n-1)^2 = 4n^2 - 4n + 1$$

$$\therefore S_n = \Sigma t_n = 4\,\Sigma n^2 - 4\,\Sigma n + \Sigma 1$$

$$= 4\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 4\frac{n(n+1)}{2} + n = 2n\,(n+1)\left(\frac{2n+1}{3}-1\right)+n$$

$$= \frac{2n(n+1).2(n-1)}{3} + n = \left\{\frac{4n(n^2-1)}{3}+n\right\} = n\left(\frac{4n^2-4}{3}+1\right) = \frac{n}{3}(4n^2-1)$$

$$S_n = \frac{n}{3}(4n^2-1)$$ (ଉତ୍ତର)

8. ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ (Arithmetic mean) :

- **ଦୁଇଗୋଟି ସଂଖ୍ୟା a ଓ b ଦିଆଯାଇଥିଲେ ସେ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱୟର ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ** $x = \frac{a+b}{2}$
- $a, \frac{a+b}{2}, b$ ରାଶିତ୍ରୟ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି (A.P.) ରେ ରହନ୍ତି କାରଣ,
- $\frac{a+b}{2} - a = b - \frac{a+b}{2} = \frac{b-a}{2} = d$ (ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର) [ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = b–a]
- **$a, \frac{a+b}{2}, b$ A.P. ରେ ରହିଲେ $\frac{a+b}{2}$ କୁ a ଓ b ର ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ବା A.M. କୁହାଯାଏ ।**

● ଯଦି a ଓ b ମଧ୍ୟରେ n ସଂଖ୍ୟକ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ (A.M.) ଗୁଡ଼ିକ $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots x_n$ ହୁଅନ୍ତି, ତେବେ,

$x_1 = a + \dfrac{b-a}{n+1}$, $x_2 = a + \dfrac{2(b-a)}{n+1}$, $x_3 = a + \dfrac{3(b-a)}{n+1}$, ..., $x_n = a + \dfrac{n(b-a)}{n+1}$ ହେବ ।

ଏଠାରେ, $a, x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x_n, b$ A.P. ରେ ରହିବେ, ଯାହାର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = \dfrac{b-a}{n+1}$ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ : 2 ଓ 62 ମଧ୍ୟରେ (i) ଗୋଟିଏ (ii) ଦୁଇଗୋଟି (iii) ତିନିଗୋଟି (A.M.) ସ୍ଥାପନ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $a = 2$ ଓ $b = 62$ । $\therefore b - a = 60$

(i) ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକଟି x_1 ହେଲେ, $x_1 = a + \dfrac{b-a}{2} = 2 + \dfrac{60}{2} = 2 + 30 = 32$

$\therefore$ 32, 2 ଓ 62 ମଧ୍ୟରେ ଗୋଟିଏ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ।

(ii) ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ଦ୍ୱୟ x_1 ଓ x_2 ହେଲେ, $2, x_1, x_2, 62$ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ବିଶିଷ୍ଟ ଓ ଏଠାରେ

ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = \dfrac{b-a}{3} = \dfrac{60}{3} = 20$

$\therefore x_1 = a + d = 2 + 20 = 22$ ଏବଂ $x_2 = a + 2d = 2 + 2 \times 20 = 42$ ।

$\therefore$ 22 ଓ 42, 2 ଏବଂ 62 ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ।

(iii) ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ତ୍ରୟ x_1, x_2 ଓ x_3 ହେଲେ,

$2, x_1, x_2, x_3, 62$ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିରେ ରହିବେ ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = \dfrac{b-a}{4} = \dfrac{60}{4} = 15$ । ତେଣୁ

$x_1 = a + d = 2 + 15 = 17$, $x_2 = a + 2d = 2 + 2 \times 15 = 32$ ଏବଂ $x_3 = a + 3d = 2 + 3 \times 15 = 47$ ।

$\therefore$ 17, 32 ଓ 47, 2 ଓ 62 ମଧ୍ୟରେ ତିନୋଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ।

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ 1 ନମ୍ବର)

1.ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) 2, 4, 6, 8 ... ଅନୁକ୍ରମରେ t_7 = -----

(b) –4, –2, 0, 2, ... ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର = -----

(c) 2.5, 2.9, 3.3, 3.7, ... AP ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର = -----

(d) 3, x, 9, ... ଏକ AP ହେଲେ x = -----

(e) 10.2, 10.4, 10.6, 10.8, ... ର t_5 = -----

(f) $\dfrac{1}{12 \times 11} = \dfrac{1}{11} -$ -----

(g) $\frac{1}{(n+1)n} = \frac{1}{n} -$ -------

(h) 5 ଓ 9 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକଟି ----

(i) x ଓ 7 ମଧ୍ୟରେ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକଟି 5 ହେଲେ x -----

(j) $(a + b)$ ଓ $(a - b)$ ମଧ୍ୟରେ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକଟି -----

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ :

(a) AP ର ପ୍ରଥମ ପଦ 5 ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 5 ହେଲେ, ପଞ୍ଚମ ପଦଟି କେତେ ?

(b) ଏକ AP ର $t_n = -10 + 2n$ ହେଲେ, t_{10} କେତେ ?

(c) ପ୍ରଥମ n ମୋଟ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ଯୋଗଫଳ କେତେ ?

(d) ଏକ AP ର ପ୍ରଥମ ପଦ a ଓ ଶେଷ ପଦ l ହେଲେ S_n କେତେ ?

(e) 5, x, 10 ସଂଖ୍ୟା ତ୍ରୟ ସମାନ୍ତର ଗଣତି ରହିଲେ x ର ମାନ କେତେ ?

(f) ଦୁଇଟି ରାଶିର A.M 11 ଓ ଗୋଟିଏ ରାଶି 7 ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ରାଶିଟି କେତେ ?

(g) 15 ଓ 27 ମଧ୍ୟରେ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକଟି କେତେ ?

(h) 1 + 3 + 5 + ... n ସଂଖ୍ୟକ ପଦର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

(i) $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2$ ର ମାନ କେତେ ?

(j) 12 ଓ 36 ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଗୋଟି ମଧ୍ୟକ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ମଧ୍ୟକଟି କେତେ ?

3. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର ।

(a) ଏକ AP ର $t_n = 4n - 6$ ହେଲେ t_8 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) 2 + 4 + 6 + ... ରେ S_{15} ନିରୂପଣ କର ।

(c) ଏକ AP ର a = 3, d = 4, n = 10 ହେଲେ S_n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(d) ଏକ AP ର ପ୍ରଥମ ପଦ $\frac{1}{2}$ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର = –1 ହେଲେ ଚତୁର୍ଥ ପଦଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(e) ପ୍ରଥମ 100 ଟି ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ ନିରୂପଣ କର ।

(f) ଦୁଇଟି ରାଶିର AM = 11 ଏବଂ ଗୋଟିଏ ରାଶି 7 ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ରାଶିଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(g) $\frac{1}{5\times6} + \frac{1}{6\times7} + \frac{1}{7\times8} + ...$ 16 ଟି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମାନ ନିରୂପଣ କର । .

(h) n = 10 ହେଲେ $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3$ ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

(i) 1.1 + 2.3 + 3.5 + 4.7 + ... ର n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

(j) a ଓ b ରାଶି ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରଥମ ମଧ୍ୟକଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. 'କ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ 'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭସ୍ଥ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସମ୍ପର୍କିତ କର ।

'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
(a) 1.01, 1.51, 2.01,2.51, ... AP ର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର :	(i) 6
(b) ଏକ AP ର $a = 5, d = -2$ ହେଲେ, ଏହାର ପଞ୍ଚମ ପଦ :	(ii) na
(c) ଏକ AP ର n ତମ ପଦ $t_n = \frac{n+1}{2}$ ହେଲେ t_{11} ର ମାନ :	(iii) 0.50
(d) ଏକ AP ର ପ୍ରଥମ ପଦ 4 ଓ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 3 ହେଲେ, ପ୍ରଥମ 10 ଟି ପଦର ସମଷ୍ଟି ।	(iv) –3
(e) ଏକ AP ର ପ୍ରଥମ ପଦ a ଏବଂ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର 0 ହେଲେ S_n ର ମାନ :	(v) 175
(f) ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ଯୋଗଫଳ :	(vi) $n(n + 1)$
(g) $\frac{1}{5x6} + \frac{1}{6x7} + \frac{1}{7x8}$ .... 16 ଟି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ମାନ :	(vii) $n(n+1)$
(h) $\frac{1}{15x16} = x - \frac{1}{16}$ ହେଲେ x ର ମାନ :	(viii) $\frac{16}{105}$
(i) 15 ଓ 27 ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଗୋଟି ସମସ୍ତ ମଧ୍ୟକ ସ୍ଥାପନ କଲେ ପ୍ରଥମ ମଧ୍ୟକର ମାନ :	(ix) $\frac{1}{15}$
(j) n ର ମୂଲ୍ୟ ହେଲେ 5 ଓ n^2 ର ମାନ :	(x) 19
	(xi) $\frac{2}{3}$
	(xii) 55

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତି ଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଭୁଲ୍ (F) ବା ଠିକ୍ (T) ଦର୍ଶାଅ ।

(a) 1, –1, 1, –1, ... ଏକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ଅଟେ । ☐

(b) ଯେଉଁ ଅନୁକ୍ରମର $t_n = n - 1$, ତାହା ଏକ AP ଅଟେ । ☐

(c) ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁ ତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଗୋଟିଏ AP ରେ ରହି ପାରିବ । ☐

(d) 5 ଦ୍ୱାରା ବିଭାଜ୍ୟ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ଏକ AP ଅଟନ୍ତି ।. ☐

(e) 5, x, 9 ସଂଖ୍ୟାତ୍ରୟ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିରେ ରହିଲେ $x = 6$ ।. ☐

(f) $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}$ କୁ ଅନ୍ତର ସୂତ୍ର କୁହାଯାଏ । ☐

(g) $1^3 + 2^3 + 3^3 + ... + n^3 = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$ ☐

(h) a, $\frac{a+b}{2}$, b ରାଶି ତ୍ରୟ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ରେ ରହନ୍ତି । ☐

(i) 30 ହେଉଛି 2 ଓ 62 ମଧ୍ୟରେ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ☐

(j) AP ର n ତମ ପଦର ସୂତ୍ର ହେଉଛି $t_n = a + (n+1)d$ । ☐

ଉତ୍ତର

1. (a) 14, (b) 2, (c) 0.4, (d) 6, (e) 11.0, (f) $\frac{1}{12}$, (g) $\frac{1}{n+1}$, (h) 7, (i) 3, (j) a

2. (a) 25 , (b) 10, (c) $\frac{n(n+1)}{2}$, (d) $\frac{n}{2}(a+l)$, (e) 7.5, (f) 15, (g) 21,
   (h) n^2, (i) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, (j) 20

3. (a) 26, (b) 240, (c) 210, (d) $-\frac{5}{2}$, (e) 10100, (f) 15, (g) $\frac{16}{105}$,
   (h) 3025, (i) $\frac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$, (j) $\frac{2a+b}{3}$

4. (a) → (iii) 0.50, (b) → (iv) –3, (c) → (i) 6, (d) → (v) 175, (e) → (ii) na,
   (f)→ (vi) n(n+1), (g) → (viii) $\frac{16}{105}$, (h) → (ix) $\frac{1}{15}$, (i) → (x) 19, (j) → (xiii) 55

5. (a) F, (b) T, (c) F, (d) T, (e) F, (f) F, (g) T, (h) T, (i) F, (j) F

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. $1 + 3 + 5 + ...$ ରେ S_{10} କେତେ ?
2. $2 + 4 + 6 + ...$ ରେ S_{15} କେତେ ?
3. $1 - 2 + 3 - 4 + ...$ ରେ S_{30} କେତେ ?
4. $1 + 2 + 3 + 2 + 3 + 4 + 3 + 4 + 5 ...$ ରେ S_{39} କେତେ ?
5. $-7 - 10 - 13 - ...$ ରେ S_{21} କେତେ ?
6. $n+(n-1) + (n-2) + ...$ ରେ S_n କେତେ ?
7. ଯଦି $t_n = 2n - 1$, ତେବେ ପ୍ରଥମ 5 ଟି ପଦ ଲେଖ ।
8. ଯଦି $t_n = 3n + 2$, S_{61} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
9. ଯଦି $S_n = n^2$, ତେବେ t_{15} କେତେ ?
10. ଏକ A. P. ର $a = 3$, $d = 4$, $S_n = 903$, ତେବେ n କେତେ ?

11. ଏକ A. P. ର $d = 2$, $S_{15} = 285$, ତେବେ a କେତେ ?

12. ଏକ A. P. ର $t_{15} = 30$, $t_{20} = 50$, ତେବେ S_{17} କେତେ ?

13. 32 ଠାରୁ 85 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. 150 ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ସମସ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ସମଷ୍ଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. ଏକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମରେ ଅବସ୍ଥିତ ତିନୋଟି ରାଶିର ଯୋଗଫଳ18 ଏବଂ ଗୁଣଫଳ 192 ହେଲେ, ସଂଖ୍ୟା ଗୁଡ଼ିକ ସ୍ଥିର କର ।

(**ସୂଚନା :** ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କୁ $a - d, a, a + d$ ହିସାବରେ ନେଇ ପ୍ରଶ୍ନଟି ସମାଧାନ କର ।)

16. ଗୋଟିଏ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁଗୁଡ଼ିକର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ଏକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମରେ ଥିଲେ ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ସେମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ 3 : 4 : 5 ହେବ ।

17. 15 କୁ ଏପରି 3 ଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କର ଯେପରିକି ସେମାନେ ଏକ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମରେ ରହିବେ ଓ ସେମାନଙ୍କର ଗୁଣଫଳ 120 ହେବ ।

18. $\frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}$ ... ... 16 ଟି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ;

19. $7 \times 15 + 8 \times 20 + 9 \times 25 + \ldots$ ର t_n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

20. $1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 \ldots$ ର t_n, S_n ଓ S_{10} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

21. $1 . 3 + 3 . 5 + 5 . 7 + 7 . 9 + \ldots\ldots.$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

22. $2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + \ldots\ldots\ldots..$ n ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

23. 15 ଓ 27 ମଧ୍ୟରେ (i) ଗୋଟିଏ ଓ (ii) ଦୁଇଗୋଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ସ୍ଥାପନ କର ।

24. 6 ଓ 46 ମଧ୍ୟରେ (i) ଦୁଇଗୋଟି ଓ (ii) ଚାରିଗୋଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ସ୍ଥାପନ କର ।

ଉତ୍ତର

1. A. P. $1 + 3 + 5 + \ldots\ldots\ldots..$ ରେ S_{10} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

A. P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ (a) = 1, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର (d) = 2 ଏବଂ ପଦସଂଖ୍ୟା (n) = 10

ଆମେ ଜାଣିଛେ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_{10} = \frac{10}{2}[2 \times 1 + (10-1)2] = 5(2 + 18) = 5 \times 20 = 100$

2. A. P. $2 + 4 + 6 + \ldots\ldots\ldots..$ ରେ S_{15} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

A. P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ (a) = 2, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର (d) = 2 ଏବଂ ପଦସଂଖ୍ୟା (n) = 15

ଆମେ ଜାଣିଛେ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_{15} = \frac{15}{2}[2 \times 2 + (15-1)2] = 15(2 + 14) = 15 \times 16 = 240$

3. $1 - 2 + 3 - 4 + ...$ ରେ S_{30} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଦତ୍ତ ଅନୁକ୍ରମଟି A. P. ରେ ନାହିଁ ।

ଏଠାରେ ଅନୁକ୍ରମଟି $(1 - 2) + (3 - 4) + (5 - 6) + ... + (29 - 30)$

$= (1 + 3 + 5 + ... + 29) - (2 + 4 + 6 + ... + 30)$

$=$ $(1 + 3 + 5 + ...$ ର 15 ଟି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ$) - (2 + 4 + 6 +$ ର 15 ଟି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ$)$

$= \frac{15}{2}[2 \times 1 + (15 - 1)\,2] - \frac{15}{2}[2 \times 2 + (15 - 1)\,2] = 15\,(1 + 14) - 15\,(2 + 14)$

$= 15 \times 15 - 15 \times 16 = -15$

ବିକଳ୍ପ ପ୍ରଣାଳୀ :

ଅନୁକ୍ରମଟି $(1 - 2) + (3 - 4) + ... + (29 - 30)$

$= (-1) + (-1) + ... + (-1)$ [15 ଯୋଡ଼ା]

$= (-1) \times 15 = -15$

4. $1 + 2 + 3 + 2 + 3 + 4 + 3 + 4 + 5.......$ ରେ S_{39} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଦତ୍ତ ଅନୁକ୍ରମଟି $6 + 9 + 12 ....$ ରେ S_{13} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

ଏଠାରେ A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ $(a) = 6$, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $(d) = 3$ ଏବଂ ପଦ ସଂଖ୍ୟା $(n) = 13$

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{13} = \frac{13}{2}[2 \times 6 + (13 - 1)\,3] = \frac{13}{2}[2 \times 6 + 12 \times 3] = 13\,(6 + 18) = 13 \times 24 = 312$

5. $-7, -10, -13 ....$ ରେ S_{21} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ $(a) = -7$, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $(d) = -3$ ଏବଂ ପଦ ସଂଖ୍ୟା $(n) = 21$

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{21} = \frac{21}{2}[2 \times (-7) + (21 - 1)(-3)]$

$= \frac{21}{2}[2 \times (-7) + 20 \times (-3)] = 21\,[(-7) + (-30)] = 21 \times (-37) = -777$

6. $n + (n - 1) + (n - 2) + ...$ ରେ S_n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ $(a) = n$, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $(d) = (-1)$ ଏବଂ ପଦ ସଂଖ୍ୟା n

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$= \frac{n}{2}[2n + (n - 1)(-1)] = \frac{n}{2}(2n - n + 1) = \frac{n}{2}(n+1)$

7. $t_n = (2n - 1)$

$t_1 = 2(1) - 1 = 1$, $t_2 = 2(2) - 1 = 3$,

$t_3 = 2(3) - 1 = 5,\ t_4 = 2(4) - 1 = 7$ ଏବଂ

$t_5 = 2(5) - 1 = 9$ ∴ ପ୍ରଥମ 5 ଟି ପଦ 1, 3, 5, 7, 9

8. $t_n = 3n + 2$

$t_1 = 3(1) + 2 = 5\ ,\ t_2 = 3(2) + 2 = 8\ ,$

$t_3 = 3(3) + 2 = 11$ ଇତ୍ୟାଦି ।

5, 8, 11.................... A.P. ରେ ଅଛନ୍ତି ।

ଏଠାରେ S_{61} ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ । ଯେଉଁଠାରେ $a = 5,\ d = 3$ ଏବଂ $n = 61$

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$S_{61} = \frac{61}{2}[2 \times 5 + (61 - 1)\ 3] = \frac{61}{2}[10 + 180] = \frac{61}{2}(190) = 61 \times 95 = 5795$

9. $S_n = n^2 \Rightarrow S_{n-1} = (n - 1)^2 = n^2 - 2n + 1$

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $t_n = S_n - S_{n-1}$

$\Rightarrow t_n = n^2 - (n^2 - 2n + 1) = 2n - 1$

$t_{15} = 2(15) - 1 = 29$

10. $a = 3, d = 4$ ଏବଂ $S_n = 903$ ହେଲେ, ପଦ ସଂଖ୍ୟା (n) ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ।

ଆମେ ଜାଣିଛେ, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$\Rightarrow 903 = \frac{n}{2}[2 \times 3 + (n - 1)\ 4] = 1806 = n(6 + 4n - 4)$

$\Rightarrow 1806 = 2n\ (2n + 1)$

$\Rightarrow 903 = 2n^2 + n \Rightarrow 2n^2 + n - 903 = 0 \qquad \Rightarrow 2n^2 + 43n - 42n - 903 = 0$

$\Rightarrow n(2n + 43) - 21\ (2n + 43) = 0$

$\Rightarrow (2n + 43)\ (n - 21) = 0 \qquad \Rightarrow n = \frac{-43}{2}$ ବା $n = 21$

$n = \frac{-43}{2}$ (ଅସମ୍ଭବ) $\qquad \therefore n = 21 \Rightarrow$ ପଦସଂଖ୍ୟା $= 21$

11. ଏକ A.P. ର $d = 2, S_{15} = 285$ ଏବଂ $n = 15$ ହେଲେ a ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ।

ଆମେ ଜାଣିଛେ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$\therefore 285 = \frac{15}{2}[2a + (15 - 1)\ 2] \Rightarrow 285 = 15(a + 14) \Rightarrow 19 = a + 14 \Rightarrow a = 19 - 14$

$= 5$

∴ ପ୍ରଥମ ପଦ = 5

12. ମନେକର A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ = a, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d ଏବଂ ପଦସଂଖ୍ୟା = n

ଆମେ ଜାଣିଛେ $t_n = a + (n - 1)\ d$

$\therefore t_{15} = a + (15 - 1)\, d \Rightarrow 30 = a + 14d \Rightarrow\ a + 14d = 30$ ....(i)

ପୁନଶ୍ଚ $t_{20} = a + (20 - 1)\, d \Rightarrow 50 = a + 19d \Rightarrow\ a + 19d = 50$ .....(ii)

ସମୀକରଣ (ii) ରୁ (i) ବିୟୋଗକଲେ $5d = 20\ \Rightarrow d = 4$

ଏଠାରେ 'd' ର ମାନକୁ ସମୀକରଣ (i) ରେ ପ୍ରୟୋଗକଲେ $a + (14 \times 4) = 30$

$\Rightarrow a + 56 = 30 \Rightarrow a = -26$

$\therefore S_{17} = \frac{17}{2}\ [2 \times (-26) + (17 - 1)4] =\ 17\ [-26 + 32] = 17 \times 6$

$\therefore S_{17} = 102$

13. 32 ଠାରୁ 85 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କର ସଂଖ୍ୟା = $85 - 32 + 1\ = 54$

$\therefore\ 32 + 33 + 34 + ...$ 54 ସଂଖ୍ୟକ ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ

$\therefore S_{54} = \frac{54}{2}[32 + 85] = 27 \times 117 \Rightarrow S_{54} = 3159$

14. 150 ରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର ସମସ୍ତ ଧନାତ୍ମକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାଗୁଡ଼ିକ ହେଲେ - 1, 3, 5, 7 149

ଏଠାରେ ଉକ୍ତ ଅନୁକ୍ରମର ପଦସଂଖ୍ୟା (n) ସ୍ଥିର କରିବାକୁ ହେବ ।

ଆମେ ଜାଣିଛେ $t_n = a + (n - 1)\, d$

$\Rightarrow 149 = 1 + (n - 1)\, 2 \Rightarrow 148 = (n - 1)\, 2 \Rightarrow n - 1 = 74 \Rightarrow n = 75$

$\therefore\ S_{75} =\ 1 + 3 + 5 + ... + 149$

$\Rightarrow S_{75} = \frac{75}{2}[2 \times 1 + (75 - 1)\, 2]\ = 75(1 + 74) \Rightarrow 75 \times 75 = 5625$

15. ମନେକର ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମରେ ଥିବା 6 ଗୋଟି ରାଶି ହେଲେ,

$a-5d,\ a - 3d,\ a - d,\ a + d,\ a + 3d$ ଏବଂ $a + 5d$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $(a - 5d) + (a + 5d) = 16 \Rightarrow 2a = 16\ \Rightarrow a = 8$

ପୁନଶ୍ଚ $(a - d) \times (a + d) = 63 \Rightarrow a^2 - d^2 = 63$

$\Rightarrow 64 - d^2 = 63 \Rightarrow d^2 = 1 \Rightarrow d = \pm 1$

$a = 8$ ଏବଂ $d = 1$ ନେଇ ପଦମାନ 3, 5, 7, 9, 11 ଏବଂ 13 ହେବ ।

ସେହିପରି $a = 8$ ଏବଂ $d = -1$ ନେଲେ ପଦମାନ 13, 11, 9, 7, 5 ଏବଂ 3 ହେବ ।

16. ମନେକର ଏକ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (a–d), a ଏବଂ (a + d) ଏକକ

କାରଣ ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ A.P. ରେ ଅଛନ୍ତି ।

ଏଠାରେ ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜର ବୃହତ୍ତମ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ (a + d) ଏକକ ଏବଂ ସମକୋଣସଂଲଗ୍ନ ବାହୁଦ୍ୱୟ (a–d) ଓ a ଏକକ ।

ପିଥାଗୋରାସ୍‌ଙ୍କ ଉପପାଦ୍ୟ ଅନୁଯାୟୀ,

$(a + d)^2\ =\ (a - d)^2 +\ a^2$

$\Rightarrow (a + d)^2\ -\ (a - d)^2 =\ a^2 \Rightarrow 4ad\ =\ a^2 \Rightarrow 4d\ =\ a$

$\therefore$ ବାହୁତ୍ରୟର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 3d, 4d ଏବଂ 5d

$\therefore$ ସେମାନଙ୍କର ଅନୁପାତ 3 : 4 : 5 ହେବ ।

17. ମନେକର ଭାଗତ୍ରୟ $a - d$, a ଏବଂ $a + d$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $a - d + a + a + d = 15 \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5$

ପୁନଶ୍ଚ $(a - d) \times a \times (a + d) = 120$

$\Rightarrow a(a^2 - d^2) = 120 \Rightarrow 5(25 - d^2) = 120$

$\Rightarrow 25 - d^2 = 24 \Rightarrow d^2 = 1 \Rightarrow d = \pm 1$

$a = 5$ ଏବଂ $d = 1$ ପାଇଁ ଭାଗତ୍ରୟ 4, 5 ଏବଂ 6

$a = 5$ ଏବଂ $d = -1$ ପାଇଁ ଭାଗତ୍ରୟ 6, 5 ଏବଂ 4

18. $\frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8}$ ...... 16 ଟି ପଦ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ

$= \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \dots\dots\dots + \frac{1}{20 \times 21}$

$= \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \dots\dots\dots + \left(\frac{1}{20} - \frac{1}{21}\right) = \frac{1}{5} - \frac{1}{21} = \frac{16}{105}$

ବି.ଦ୍ର : 5,6,7 ର 16 ତମ ପଦ = 5+ (16–1)1 = 20 ଏବଂ 6, 7, 8 ର 16 ତମ ପଦ = 6 + (16 – 1) 1 = 21

19. $7 \times 15 + 8 \times 20 + 9 \times 25 + \dots$ ର n ତମ ପଦ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବାକୁ ହେବ ।

7, 8, 9 ର $t_n = 7 + (n - 1)1 = 7 + n - 1 = n + 6$

15, 20, 25 ର $t_n = 15 + (n - 1)5 = 15 + 5n - 5 = 5n + 10$

$\therefore$ ଉପରୋକ୍ତ ଅନୁକ୍ରମର $t_n = (n + 6)(5n + 10)$ ବା $5(n+6)(n+2)$

20. $1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 \dots$ ର $t_n = n(n + 2)$

କାରଣ 1, 2, 3, ... ର n ତମ ପଦ = n ଏବଂ

3, 4, 5, ... ର n ତମ ପଦ = $3 + (n - 1)1 = n + 2$

$t_n = n(n + 2) = n^2 + 2n$

$\therefore S_n = \Sigma t_n = \Sigma(n^2 + 2n) = \Sigma n^2 + 2\Sigma n$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{2n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)}{2}\left[\frac{2n+1}{3} + 2\right] = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10 \times 11 \times 27}{6} = 495$$

21. $1 . 3 + 3 . 5 + 5 . 7 + 7 . 9 + \dots\dots$ ର n ତମ ପଦ = $(2n - 1)(2n + 1)$

କାରଣ 1, 3, 5, 7,........ ର $t_n = 1 + (n - 1)2 = 2n - 1$

ଏବଂ 3, 5, 7, 9........ ର $t_n = 3 + (n - 1)2 = 2n + 1$

$t_n = (2n - 1)(2n + 1) = 4n^2 - 1$

$$S_n = \Sigma t_n = \Sigma(4n^2 - 1) = 4\Sigma n^2 - n = 4 \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - n$$

$$S_n = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3} - n = \frac{(2n^2+2n)(2n+1)-3n}{3}$$

$$= \frac{4n^3+4n^2+2n^2+2n-3n}{3} = \frac{4n^3+6n^2-n}{3} = \frac{n}{3}(4n^2+6n-1)$$

22. $2^2 + 4^2 + 6^2 + 8^2 + ...$ର n ତମ ପଦ

$t_n = (2n)^2 = 4n^2 \quad [\because t_n = \{2+(n-1)2\}^2 = (2n)^2]$

$$S_n = \Sigma t_n = \Sigma 4n^2 = 4\Sigma n^2 = \frac{4 \times n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\Rightarrow S_n = \frac{2n(n+1)(2n+1)}{3} = \frac{2}{3}n(n+1)(2n+1)$$

23. **(i)** 15 ଓ 27 ମଧ୍ୟରେ ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ $= \frac{15+27}{2} = 21$

(ii) 15 ଓ 27 ମଧ୍ୟରେ x_1 ଓ x_2 ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ହେଲେ 15, x_1, x_2, 27 ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଏଠାରେ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର (d) $= \frac{27-15}{3} = 4$

$\therefore x_1 = 15 + d = 15 + 4 = 19$ ଏବଂ $x_2 = 15 + 2(4) = 23$

$\therefore$ 19 ଓ 23, 15 ଓ 27 ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ।

24. **(i)** ମନେକର 6 ଓ 46 ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଗୋଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ x_1 ଓ x_2

$\therefore 6, x_1, x_2, 46$ A.P. ରେ ରହିବେ ।

$\therefore$ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର (d) $= \frac{46-6}{3} = \frac{40}{3}$

$\therefore x_1 = 6 + d = 6 + \frac{40}{3} = \frac{58}{3}$ ଏବଂ $x_2 = 6 + 2d = 6 + 2 \times \frac{40}{3} = \frac{98}{3}$

$\therefore \frac{58}{3}$ ଓ $\frac{98}{3}$, 6 ଓ 46 ମଧ୍ୟରେ ଦୁଇଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ।

(ii) ମନେକର 6 ଓ 46 ମଧ୍ୟରେ ଚାରିଗୋଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ, x_1 , x_2, x_3 ଓ x_4

$\therefore 6, x_1, x_2, x_3, x_4, 46$ A.P. ରେ ରହିବେ ।

$\therefore$ ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର (d) $= \frac{46-6}{5} = 8$

$\therefore x_1 = 6 + d = 6 + 8 = 14, \quad x_2 = 6 + 2d = 6 + 16 = 22$

$x_3 = 6 + 3d = 6 + 24 = 30$ ଏବଂ $x_4 = 6 + 4d = 6 + 32 = 38$

$\therefore$ 14, 22, 30 ଓ 38, 6 ଓ 46 ମଧ୍ୟରେ ଚାରିଗୋଟି ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକ ।

=====

ଚତୁର୍ଥ ଅଧ୍ୟାୟ

ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

(PROBABILITY)

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ :

1. ମୌଳିକ ଧାରଣା :

ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଏକ ଘଟଣାର ସଂଘଟିତ ହେବା ବା ନ ହେବା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚିତ ହୋଇଥାଏ । ଏହା ଗଣିତର ଏକ ଶାଖା । ଏହା ଯଦୃଚ୍ଛା ଘଟଣାର ଏକ ମାପ । ଏହି ମାପ ସବୁବେଳେ 0 ଠାରୁ 1 ମଧ୍ୟରେ ହୋଇଥାଏ ।

ଘଟଣା ମାନ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ହୋଇପାରେ :

(i) ଆଜି ବର୍ଷା ହେବାର ସମ୍ଭାବନା ନାହିଁ ।

(ii) ବିଶ୍ୱକପ୍‌ରେ ଭାରତୀୟ କ୍ରିକେଟ ଦଳର ବିଜୟର ସମ୍ଭାବନା ଅଛି ।

(iii) ଏକ ମୁଦ୍ରା ଥରେ ଟସ୍ କଲେ କେବଳ H ମିଳିବାର ସମ୍ଭାବନା 0.5 ।

ଦୁଇଜଣ ଫ୍ରାନ୍‌ସର ଗଣିତଜ୍ଞ ପାସ୍କାଲ୍ (Pascal, 1623-1662) ଓ ଫର୍ମାଟ୍ (Fermat 1601-1665)ଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଚିଠିର ଆଦାନ ପ୍ରଦାନରୁ ଏହି ବିଷୟର ମୂଳଦୁଆ ପଡ଼ିଥିଲା ।

2. ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଦୁଇପ୍ରକାର । ଗୋଟିଏ ହେଲା ଆନୁଭବିକ ବା ଅନୁଭବ ସିଦ୍ଧ (Emprical Probability) ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ।

ଅନ୍ୟଟି ତତ୍ତ୍ୱାଧାରିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା (Theoretical Probability) :

ଅନୁଭବ ସିଦ୍ଧ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା : ଅନୁଭବ ସିଦ୍ଧ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ପରୀକ୍ଷଣ ଓ ଏହାର ପର୍ଯ୍ୟବେକ୍ଷଣ ଉପରେ ଆଧାରିତ ।

ଉଦାହରଣ : ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ 30 ଥର ଟସ୍ କରିବାରୁ 13 ଥର H ଆସିଲା । ତେବେ 17 ଥର T ଆସିବ । H ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ P(H) ଓ T ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାକୁ P(T) ଲେଖାଯାଏ ।

ଏହି ଘଟଣାର $P(H) = \frac{\text{H ର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{13}{30}$

$$P(T) = \frac{\text{T ର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ଟସ୍ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{17}{30}$$

ଅନୁଭବ ସିଦ୍ଧ ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ସଂଜ୍ଞା ନିମ୍ନ ଭାବରେ ବର୍ଣ୍ଣନା କରାଯାଏ ।

$$\text{ଅନୁଭବ ସିଦ୍ଧ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା} = \frac{\text{ଆବଶ୍ୟକ ଫଳଟିର ବାରମ୍ବାରତା}}{\text{ପରୀକ୍ଷଣ ସଂଖ୍ୟା}}$$

ତତ୍ତ୍ୱାଧାରିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା : ତତ୍ତ୍ୱାଧରିକ ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ସାଧାରଣତଃ ସେଟ୍ ତତ୍ତ୍ୱ ଉପରେ ଆଧାରିତ ।

3. ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ (Sample Space) :

ଏକ ପରୀକ୍ଷଣରେ ସମ୍ଭାବ୍ୟ ଫଳମାନଙ୍କୁ ଉପାଦାନ ରୂପେ ନେଇ ଗଠିତ ସେଟ୍‌କୁ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ କୁହାଯାଏ । ଏହା ସାଧାରଣତଃ S ରେ ସୁଚିତ ହୁଏ ।

(i) ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ପରୀକ୍ଷଣର ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{H, T\}$ $\therefore |S| = 2 = 2^1$

(ii) ଏକ ମୁଦ୍ରା ଦୁଇଥର ଟସ୍ କଲେ କିମ୍ବା ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରା ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$ $\therefore |S| = 4 = 2^2$

(iii) ଏକ ମୁଦ୍ରା ତିନି ଥର ଟସ୍ କଲେ କିମ୍ବା ତିନୋଟି ମୁଦ୍ରା ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍

$S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$ $\therefore |S| = 8 = 2^3$

(iv) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $\therefore |S| = 6 = 6^1$

(v) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର କିମ୍ବା ଦୁଇଟି ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍

$S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)\}$

$\therefore |S| = 36 = 6^2$

(vi) ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ n ଥର କିମ୍ବା n ଟି ମୁଦ୍ରା ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍ $S = 2^n$.

(vii) ଏକ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ n ଥର କିମ୍ବା n ଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ଉତ୍ପନ୍ନ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = 6^n$. ।

4. ସାମ୍ପଲ୍ ପଏଣ୍ଟ (Sample Point) **:** ଏକ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍‌ର ପ୍ରତ୍ୟେକ ଉପାଦାନକୁ ସାମ୍ପଲ ପଏଣ୍ଟ କୁହାଯାଏ ।

ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦୁଇଥର ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍ $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

ଏଠାରେ HH, HT, TH ଓ TT ଉପରୋକ୍ତ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ର ସାମ୍ପଲ ପଏଣ୍ଟ କୁହାଯାଏ ।

5. ଘଟଣା (Event) :

ଏକ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ର ଉପସେଟ୍‌କୁ ଘଟଣା (Event) କୁହାଯାଏ ।

S ଏକ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ ଓ E ଏହାର ଏକ ଘଟଣା ହେଲେ, $E \subset S$

i) ସରଳ ବା ମୌଳିକ ଘଟଣା (Simple or Elementary Event) :

ଏକ ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଘଟଣାକୁ ସରଳ ଘଟଣା ବା ମୌଳିକ ଘଟଣା କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ - 1 : ଏକ ମୁଦ୍ରା ଦୁଇଥର ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

ଏଥିରେ {HH}, {HT}, {TH}, {TT} ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳ ଘଟଣା ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ଏକ ଲୁଡୁଗୋଟି ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ଏଥିରେ {1}, {2}, {3}, ... ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ସରଳ ଘଟଣା ।

(ii) ଯୌଗିକ ଘଟଣା (Compound Event)

ଏକାଧିକ ଉପାଦାନ ବିଶିଷ୍ଟ ଘଟଣାକୁ ଯୌଗିକ ଘଟଣା (Compound Event) କୁହାଯାଏ ।

ଉଦାହରଣ : ଏକ ମୁଦ୍ରା ଦୁଇଥର ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

ଏଠାରେ $\{HH, HT, TH\}$, $\{HH, TT\}$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଗୋଟିଏ ଗୋଟିଏ ଯୌଗିକ ଘଟଣା ।

(iii) ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା (Mutually exclusive Events)

ଏକ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ର ଦୁଇଟି ଘଟଣା E_1 ଓ E_2 ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଯଦି $E_1 \cap E_2 = \phi$

ଉଦାହରଣ : ଏକ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

ଏଥିରେ $E_1 = \{HH, HT\}$ ଓ $E_2 = \{TH\}$ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ।

(iv) ପରିପୂରକ ଘଟଣା (Complementary events) :

ଏକ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ରେ ଦୁଇଟି ଘଟଣା ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ଯଦି E_1 ଓ E_2 ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ

$(E_1 \cap E_2 = \phi)$ ଓ $E_1 \cup E_2 = S$

ଉଦାହରଣ : ମନେକରାଯାଉ ଏକ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S=\{HH, HT, TH, TT\}$ ଓ $E_1=\{HH, HT, TH\}$,

$E_2=\{TT\}$ ଓ ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ଘଟଣା ।

6. ଏକ ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର ସଂଜ୍ଞା :

E ଏକ ଘଟଣା ଓ S ଏକ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ ହେଲେ E ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା

$$P(E) = \frac{E\text{ରେ ଥିବା ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା}}{S\text{ରେ ଥିବା ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା}} = \frac{|E|}{|S|}$$

(i) $E = \phi$ ହେଲେ ବା E ଏକ ଅନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା ହେଲେ $|E| = |\phi| = 0$

$$\therefore P(E) = P(\phi) = \frac{|\phi|}{|S|} = \frac{0}{|S|} = 0$$

$E = S$ ହେଲେ ବା E ଏକ ନିଶ୍ଚିତ ଘଟଣା ହେଲେ $|E| = |S|$

$$\therefore P(E) = P(S) = \frac{|S|}{|S|} = 1$$

7. ସମ୍ଭାବ୍ୟତାର କେତେକ ଧର୍ମ :

(i) $E \subset S$ ହେଲେ $0 \le P(E) \le 1$

(ii) E ଏକ ଘଟଣା ଓ ଏହାର ପରିପୂରକ ଘଟଣା $\overline{E}$ ହେଲେ $P(E) + P(\overline{E}) = 1$

$$\Rightarrow P(\overline{E}) = 1 - P(E)$$

iii) E_1 ଓ E_2 ଦୁଇଟି ଘଟଣା ହେଲେ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

(iv) E_1 ଓ E_2 ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ହେଲେ $E_1 \cap E_2 = \phi$

$\therefore P(E_1 \cap E_2) = \frac{|\phi|}{|S|} = \frac{0}{|S|} = 0$

$\therefore P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

ଉଦାହରଣ - 1 :

ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ କଲେ ଦୁଇଟି H ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ସମାଧାନ : ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରା ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ ହେଲେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହେଲେ

$S = \{HH, HT, TH, TT\}$ $\therefore |S| = 4$

ଦୁଇଟି H ଆସିବାର ଘଟଣା $E = \{HH\}$, $\therefore |E| = 1$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{1}{4}$$

ଉଦାହରଣ - 2 :

ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଗଡ଼ାଇଲେ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ - ଏଠାରେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $|S| = 6$

ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ମିଳିବାର ଘଟଣା E ହେଲେ $E = \{2, 4, 6\}$ $\therefore |E| = 3$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ଉଦାହରଣ - 3 :

ତିନୋଟି ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କଲେ କେବଳ ତିନୋଟି T ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ହେବ ?

ସମାଧାନ - ଏଠାରେ $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$ $\therefore |S| = 8$

କେବଳ ତିନୋଟି T ମିଳିବାର ଘଟଣା E ହେଲେ $E = \{TTT\}$, $|E| = 1$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{1}{8}$$

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ 1 ନମ୍ବର)

1. ଶୂନ୍ୟ ସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(i) ଦୁଇଟି ଅପ୍ରବଣ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ________ । [2020 (A)]

(ii) ଦୁଇଟି ଅପ୍ରବଣ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ____। [2019 (A)]

(iii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଫଳ 5 ବା ତାଠାରୁ କମ୍ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ________ ।

[2018 (A)]

(iv) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇ ମୌଳିକ ବା ଯୌଗିକ ହୋଇନଥିବା ସଂଖ୍ୟା ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ________ । [2018 A]

(v) ତିନୋଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ କଲେ ଯଦି ଏହାର ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହୁଏ ତେବେ $|S|$ = = ________ ।

[2019 (A)]

(vi) ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ ତିନୋଟି ନୀଳ, ଦୁଇଟି ଧଳା ଓ ଚାରୋଟି ଲାଲ ମାର୍ବଲ ଅଛି । ବାକ୍ସର ଗୋଟିଏ ମାର୍ବଲ ଯଦୃଚ୍ଛା ବଛାଗଲା । ଗୋଟିଏ ଧଳା ମାର୍ବଲ ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ________ ।

vii) $P(E) = 0.3$ ହେଲେ $P(\overline{E}) =$ ________

viii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା, 'ଫଳ 8 ' ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ________ ।

ix) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ n ଥର ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା ________ ।

x) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କଲେ ଆଦୌ T ନ ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ________ ।

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(i) ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କରାଗଲେ ଯଦି ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ତେବେ $|S|$ କେତେ ହେବ ? [2020 (A)]

(ii) X ଦଳ ଓ Y ଦଳ ମଧ୍ୟରେ ମ୍ୟାଚ ଖେଳା ଗଲା । ଯଦି ଏହି ମ୍ୟାଚ୍‌ରେ X ଦଳ ଜିତିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.64 ହୁଏ ତେବେ Y ଦଳ ହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ? [2019 (A)]

(iii) ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ଥିବା ତିନିଗୋଟି ଆମ୍ବ ଓ ଦୁଇଗୋଟି କମଳା ମଧ୍ୟରୁ ସୀମା ଥଳିକୁ ନ ଦେଖି ଗୋଟିଏ ଫଳ ବାଛିବ । ସେ ବାଛିବା ଫଳଟି ଆମ୍ବ ହୋଇଥିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?
[2019 (A)]

(iv) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?[2019 (A)]

(v) ଗୋଟିଏ ଦଳରେ ଥିବା 3 ଜଣ ଝିଅ ଓ 5 ଜଣ ପୁଅଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ ପିଲା ବାଛିଲେ ସେ ପିଲାଟି ଏକ ଝିଅ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

vi) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ଦୁଇଥର ଟସ୍ କଲେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ T ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

vii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ସେଥିରେ 4 ରୁ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ପଡ଼ିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

viii) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ ତିନିଥର ଟସ୍ କଲେ H ନ ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା କେତେ ?

ix) $P(A) = \frac{7}{10}$ ହେଲେ $P(\overline{A})$ କେତେ ହେବ ?

x) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 30 ଥର ଟସ୍ କରିବାକୁ H ଯେତେ ଥର ଆସିଲା T ତାହାର ଦୁଇଗୁଣ ଥର ଆସିଲା । P(T) କେତେ ?

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର ।

i) A ଏକ ଘଟଣା ଓ $P(A) = \frac{2}{3}$ ହେଲେ $P(\overline{A})$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ii) ଗୋଟିଏ ଥଳିରେ ସମାନ ଆକାରର 5 ଟି ଗୋଲି, 6 ଟି ସବୁଜ ଓ 3 ଟି ନୀଳ ମାର୍ବଲ ଗୋଲି ଅଛି । ସେଥିରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ ମାର୍ବଲ ଗୋଲି ଉଠାଇଲେ ଗୋଟିଏ ନୀଳ ମାର୍ବଲ ଗୋଲି ପାଇବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

iii) ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷଣରେ ଏକ ଘଟଣା E ଓ ତାର ପରିପୂରକ ଘଟଣା $\overline{E}$ ହେଲେ $P(E) + P(\overline{E})$ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

iv) ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଏକ ସଙ୍ଗେ ଟସ୍ କରାଗଲା । ଟସ୍‌ରେ ଅତି ବେଶିରେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

v) ଦୁଇଟି ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଗୋଟି ଦୁଇଟିରେ ପଡ଼ିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 9 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

vi) ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କରାଗଲା । ଫଳ ଆଦୌ T ନ ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

vii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା । ଫଳ 7 ରୁ କମ୍ ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

viii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା । ଥିରେ E ଘଟଣାଟି ଯଦି ଏକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାକୁ ବୁଝାଏ ତେବେ E ଘଟଣାଟି ଘଟିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ix) ବ୍ରିଟେନ୍ ଗଣିତଜ୍ଞ କେରିଚ ଏକ ମୁଦ୍ରାକୁ 10000 ଥର ଟସ୍ କରି 5067 ଥର H ଆସିବାର ଦେଖିଲେ । ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ T ର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

x) $P(\overline{E}) = 0.2$ ହେଲେ P(E) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. 'କ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ 'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭସ୍ଥ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର ।

'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
i) ଦୁଇଟି ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବାର ଘଟଣାର ଉପାଦନ ସଂଖ୍ୟା :	(A) 8
ii) ଦୁଇଟି ଲୁଡୁ ଗୋଟି ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଗୋଟି ଦୁଇଟିରେ ପଡ଼ିଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 7 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା :	(B) $\frac{2}{5}$

iii) NATURE ଶବ୍ଦରୁ ଗୋଟିଏ ସ୍ୱର ବର୍ଣ୍ଣ ବାଛିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା : (C) $\frac{3}{5}$

iv) ଏକ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଫଳ ≥ 2 ଥିବା ଘଟଣାର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା : (D) 1

v) 1, 2, 3, 4, ... 35 ସଂଖ୍ୟାମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ଯଦୃଚ୍ଛା ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା
ବାଛିଲେ ବାଛିଥିବା ସଂଖ୍ୟାଟି 7 ର ଏକ ଗୁଣିତକ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା : (E) 3

vi) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା "ଫଳ ୪" ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା : (F) $\frac{1}{6}$

vii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଗଲା "ଫଳ 7 ରୁ କମ୍" ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା : (G) $\frac{1}{2}$

viii) $P(\overline{E}) = \frac{2}{5}$ ହେଲେ P(E) ର ମାନ : (H) 5

ix) ଆଜି ବର୍ଷା ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 0.6 ହେଲେ ବର୍ଷା ନ ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା : (I) $\frac{1}{7}$

x) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା : (J) 0

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତି ଗୁଡ଼ିକରେ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (T) ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (F) ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସ ଭିତରେ ରଖ ।

i) ଘଟଣାଟି ϕ ହେଲେ ଏହାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା 1 ☐

ii) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରା ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ଏହାର ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା 4 ☐

iii) ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ $E_1 = \{H\}$ ଘଟଣାର ପରିପୂରକ ଘଟଣା $E_2 = \{H, T\}$ ☐

iv) $P(E) = \frac{2}{7}$ ହେଲେ $P(\overline{E}) = \frac{5}{7}$ ☐

v) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇଲେ ଲବ୍ଧ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା 36 ☐

vi) ଗୋଟିଏ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ର E_1 ଓ E_2 ଦୁଇଟି ବହିର୍ଭୂତ ଘଟଣା ହେଲେ $P(E_1 \cup E_2) < P(E_1) + P(E_2)$ ☐

vii) 20 ଟି ଚାରା ଗାଛ ଲଗାଗଲା, ସେଥିରୁ ୪ ଟି ଚାରାଗଛ ବଞ୍ଚିଲା । ତେବେ ମରିଯାଇଥିବା
ଚାରାଗଛର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{3}{5}$ ☐

viii) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ ଗୋଟିଏ ଯୁଗ୍ମସଂଖ୍ୟା ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{3}{5}$ ☐

ix) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ "ଫଳ ≥ 4" ମିଳିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା $\frac{1}{2}$ ☐

x) ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କଲେ ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍‌ର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା 9 ☐

ଉତ୍ତର

1. i) $\frac{1}{2}$ ii) $\frac{3}{4}$ iii) $\frac{5}{6}$ iv) $\frac{1}{6}$ v) 8 vi) $\frac{2}{9}$ vii) 0.7 viii) 0 ix) 2^n x) $\frac{1}{8}$

2. i) 4 ii) 0.64 iii) $\frac{3}{5}$ iv) $\frac{1}{2}$ v) $\frac{3}{8}$ vi) $\frac{3}{4}$ vii) $\frac{2}{6}$ viii) $\frac{1}{8}$ ix) $\frac{3}{10}$ x) $\frac{2}{3}$

3. i) $\frac{1}{3}$ ii) $\frac{3}{14}$ iii) 1 iv) $\frac{3}{4}$ v) $\frac{1}{9}$ vi) $\frac{1}{4}$ vii) 1 viii) $\frac{1}{2}$ ix) 0.4933 x) 0.8

4 i) $\rightarrow$ (E) ii) $\rightarrow$ (F) iii) $\rightarrow$ (G) iv) $\rightarrow$ (H) v) $\rightarrow$ (I)
vi) $\rightarrow$ (J) vii) $\rightarrow$ (D) viii) $\rightarrow$ (C) ix) $\rightarrow$ (B) x) $\rightarrow$ (A)

5. i) $\rightarrow$ (F) ii) $\rightarrow$ (F) iii) $\rightarrow$ (F) iv) $\rightarrow$ (T) v) $\rightarrow$ (T)
vi) $\rightarrow$ (F) vii) $\rightarrow$ (T) viii) $\rightarrow$ (F) ix) $\rightarrow$ (T) x) $\rightarrow$ (F)

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

6. ଗୋଟିଏ ଲୁଡ୍ଡୁଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ପଡୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଯୋଗଫଳ ≥ 9 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଗୋଟିଏ ଅପ୍ରବେଶ ଲୁଡ୍ଡୁଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଗଲା । ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ≥ 10 ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

8. ଗୋଟିଏ ଲୁଡ୍ଡୁଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ଗୋଟି ଦୁଇଟିରେ ଦେଖା ଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ 7 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଗୋଟିଏ ଲୁଡ୍ଡୁଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ଗୋଟି ଦୁଇଟିରେ ଦେଖାଯାଉଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ < 7 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥରେ ଟସ୍ କରାଗଲା । ସାମ୍ପଲ୍ ସ୍ପେସ୍‌ଟି ଲେଖ । ଫଳରେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି H ଥିବା ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

11. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥରେ ଟସ୍ କରାଗଲା । ଫଳରେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ T ଥିବା ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

12. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥରେ ଟସ୍ କରାଗଲା । ଫଳରେ ଅତିକମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ H ଥିବା ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

13. ଗୋଟିଏ ଲୁଡ୍ଡୁଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଗଲା । ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ≤ 11 ହେବାର ଯୋଗଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. E_1 ଓ E_2 ଏପରି ଦୁଇଟି ଘଟଣା ଯେଉଁଠାରେ $P(E_1) = \frac{5}{8}$, $P(E_2) = \frac{2}{8}$ ଓ $P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{8}$ ।

ନିମ୍ନଲିଖିତଗୁଡ଼ିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

i) $P(E_1 \cup E_2)$ ii) $P({E^1}_1)$ iii) $P({E_2}^1)$

15. ଗୋଟିଏ ବାକ୍ସରେ 60 ଟି ବୈଦ୍ୟୁତିକ ବଲ୍‌ବ ଅଛି । ସେଥିରୁ 12 ଟି ଖରାପ ଏବଂ ଅନ୍ୟ ସମସ୍ତ ଭଲ ବଲ୍‌ବ । ସେଥିରେ ଗୋଟିଏ ବଲ୍‌ବ ପଦୃଚ୍ଛା ବାହାର କରାଗଲା । ବଲ୍‌ବଟି ଭଲ ବାହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଓ ବଲ୍‌ବଟି ଖରାପ ବାହାରିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି କେତେ ଲେଖ ।

16. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇବାରୁ "ଫଳ ଅଯୁଗ୍ମ କିମ୍ବା ଫଳ ≥ 3'' ଘଟଣାଟିର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

17. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଥରେ ଗଡ଼ାଇଲେ "ଫଳ 5 କିମ୍ବା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

18. ଏକ ପରୀକ୍ଷଣରେ ପରସ୍ପର ବର୍ହିଭୁକ୍ତ ଦୁଇଟି ଘଟଣା E_1 ଓ E_2 ଏପରିକି $P(E_1) = 2P(E_2)$ ଓ $P(E_1) + P(E_2) = 0.9$, ତେବେ $E_1 \cup E_2$ ଘଟଣା ଓ E_1 ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

19. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଦୁଇ ଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲେ "ଫଳ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଟି 6'' ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିରୂପଣ କର ।

20. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । ଫଳରେ ଅତିବେଶିରେ ଦୁଇଟି T ରହିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

21. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । ଫଳରେ କେବଳ H କିମ୍ବା କେବଳ T ଥିବା" ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

22. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 2 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । ଫଳରେ ଅତିବେଶିରେ ଗୋଟିଏ H ରହିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

23. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । "କୌଣସି ଫଳରେ T ନଥିବା" ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

24. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥର ଗଡ଼ାଗଲା । ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ଟି ଲେଖ । "ଫଳ ≤ 5" ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

25. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଗଲା । ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ <6 ଘଟଣାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉତ୍ତର

6. ଏକ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ଏହାର ସମ୍ପାଲ୍ ସ୍ପେସ୍ S = {(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

$\therefore |S| = 36$

ଏଠାରେ ଘଟଣା = ପଡୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦ୍ୱୟର ଯୋଗଫଳ ≥ 9

= {(3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (4, 6), (5, 5), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6)} $\therefore |E| = 10$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

7. ଗୋଟିଏ ଅପ୍ରବଣ ଲୁଡୁକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଗଲା । ଏଠାରେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହେଲେ $|S| = 36$

ପ୍ରଶ୍ନ ଅନୁଯାୟୀ ଘଟଣା $E = \{(4, 6), (5, 5), (6, 4), (5, 6), (6, 5), (6, 6)\}$ $\therefore |E| = 6$

$$\therefore |E| = \frac{|E|}{|S|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

8. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହେଲେ $|S| = 36$

ଏଠାରେ ଘଟଣା $E = \{(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)\}$ $\therefore |E| = 6$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

9. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହେଲେ $S = |S| = 36$

ଘଟଣାରେ ଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ < 7

$E = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$

$\therefore |E| = 15$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

10. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା ।

ଏଠାରେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$

$|S| = 8$

ଅତି କମ୍‌ରେ ଦୁଇଟି H ଥିବା ଘଟଣା E ହେଉ ।

$E = \{HHT, HTH, THH, HHH\}$ $\therefore |E| = 4$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

11. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । $|S| = 8$

ଏଠାରେ ଘଟଣା $E = \{TTH, THT, HTT, TTT\}$ $|E| = 4$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

12. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହେଲେ $|S| = 8$

ମନେକରାଯାଉ ଅତିକମ୍ ଗୋଟିଏ H ଥିବା ଘଟଣା = E

$E = \{HTT, THT, TTH, HHT, HTH, THH, HHH\}$ $\therefore |E| = 7$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{7}{8}$$

13. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ 2 ଥର ଗଡ଼ାଗଲା ।

ଏହାର ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S ହେଲେ $|S| = 36$

ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ≤ 11 ହେବାର ଘଟଣାଟି E ହେଉ । ଏହାର ପରିପୂରକ ଘଟଣା $\overline{E}$ = ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ $>11 = \{(6, 6)\}$

$$|\overline{E}| = 1$$

$$P(\overline{E}) = \frac{|\overline{E}|}{|S|} = \frac{1}{36}$$

$$P(E) = 1 - P(\overline{E}) = 1 - \frac{1}{36} = \frac{35}{36}$$

14. ଦତ୍ତ ଅଛି $P(E_1) = \frac{5}{6}, P(E_2) = \frac{2}{8}, P(E_1 \cap E_2) = \frac{5}{8} + \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5+2-1}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$$P(E^1{}_1) = 1 - P(E_1) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{8-5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(E^1{}_2) = 1 - P(E_2) = 1 - \frac{2}{8} = \frac{8-2}{8} = \frac{3}{4}$$

15. ଏଠାରେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍‌ଟି S ହେଉ, $|S| = 60$

ବଲ୍‌ବଟି ଖରାପ ବାହାରିବାର ଘଟଣା E । $|E| = 12$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

ବଲ୍‌ଟଟି ଭଲ ବାହାରିବାର ଘଟଣା $\overline{E}$

$$P(\overline{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$P(E) + P(\overline{E}) = \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{5}{5} = 1$$

16. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଥରେ ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$|S| = 6$

"ଫଳ ଅଯୁଗ୍ମ କିମ୍ବା ଫଳ ≥ 3

ଘଟଣାଟି E ହେଲେ $= \{1, 3, 4, 5, 6\}$ $|E| = 5$

$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{5}{6}$

17. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଥରେ ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା ।

$\therefore$ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

ଘଟଣାଟି E = "ଫଳ 5 କିମ୍ବା ଏକ ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟା" $= \{1, 3, 5\}$ $\therefore |E| = 3$

$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

18. ଏଠାରେ E_1 ଓ E_2 ଦୁଇଟି ଘଟଣା,

ଦତ୍ତ ଅଛି $P(E_1) = 2\,P(E_2)$ ....(i)

$P(E1) + P(E_2) = 0.9$ ....(ii)

(1) ଓ (2) ରୁ $2P(E_2) + P(E_2) = 0.9 \Rightarrow 3P(E_2) = 0.9 \Rightarrow P(E_2) = \frac{0.9}{3} = 0.3$

(1) ରୁ ଆମେ ପାଉ $P(E_1) = 2 \times 0.3 = 0.6$

$\because$ E_1 ଓ E_2 ଦୁଇଟି ପରସ୍ପର ବର୍ହିଭୁକ୍ତ ଘଟଣା

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) = 0.9$

19. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟି ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା ।

ଏଠାରେ ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ $S = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2) \ldots\ldots\ldots\ldots (6, 6)\}$

$\therefore |S| = 36$

ଏଠାରେ ଘଟଣା E = "ଫଳ ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି ଅଯୁଗ୍ମ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟଟି 6" $= \{(1, 6), (3, 6), (5, 6)\}$

$\therefore |E| = 3$

$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

20. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା ।

S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT} $|S| = 8$

ଘଟଣା E = "ଫଳ ଅତି ବେଶୀରେ ଦୁଇଟି T

= {TTH, THT, HTT, THH, HTH, HHT, HHH} $\therefore |E| = 7$

$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{7}{8}$

21. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା । $|S| = 8$

ଘଟଣା E = "କେବଳ H କିମ୍ବା କେବଳ T" = {HHH, TTT} $|E| = 2$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

22. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 2 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା ।

S = {HH, HT, TH, TT} $|S| = 4$

ଘଟଣା E = "ଅତିବେଶିରେ ଗୋଟିଏ H" = {HI, TB, TT} $|E| = 3$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{3}{4}$$

23. ଗୋଟିଏ ମୁଦ୍ରାକୁ 3 ଥର ଟସ୍ କରାଗଲା ।

S = {HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT} $|S| = 8$

E = "କୌଣସି ଫଳରେ T ନଥିବା" ଘଟଣା = {HHH}

$|E| = 1$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{1}{8}$$

24. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଥର ଗଡ଼ାଗଲା । ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍ S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} $|S| = 6$

ଘଟଣା E = ଫଳ ≤ 5 = {1, 2, 3, 4, 5, }

$|E| = 5$

$$P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{5}{6}$$

25. ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁ ଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଗଲା ।

S = {(1,1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1),(2, 2).......... (6, 6)} $|S| = 36$

ଏଠାରେ ଘଟଣା E = < 6

= {(1, 1), (1, 2), (2, 1), (1, 3), (2, 2), (3, 1), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)}

$|E| = 10$

$$P(E) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

=====

ପଞ୍ଚମ ଅଧ୍ୟାୟ

ପରିସଂଖ୍ୟାନ

(STATISTICS)

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ :

1. **ମୌଳିକ ଧାରଣା (Basic Concept) :**

ପରିସଂଖ୍ୟାନ ଗଣିତର ଏକ ଶାଖା । ଏଥିରେ ବିଭିନ୍ନ ତଥ୍ୟର ସଂଗ୍ରହ, ଉପସ୍ଥାପନା, ବିଶ୍ଳେଷଣ ଓ ଶେଷ ସିଦ୍ଧାନ୍ତରେ ପହଞ୍ଚିବାର କୌଶଳ ଦର୍ଶାଯାଇଥାଏ ।

2. କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତା ନିର୍ଣ୍ଣୟର ପ୍ରଣାଳୀ :

ଗୋଟିଏ ପରୀକ୍ଷାରେ ଏକ ଶ୍ରେଣୀର ପିଲାମାନଙ୍କର ଦକ୍ଷତାର ଫଳାଫଳ ଜାଣିବା ଲାଗି କେତେକ ତଥ୍ୟର ଆବଶ୍ୟକ ହୁଏ ।

(i) ଶ୍ରେଣୀରେ କେତେ ଜଣ ଛାତ୍ର ଅଛନ୍ତି ।

(ii) ଛାତ୍ରମାନେ କେତେଟା ବିଷୟରେ ପରୀକ୍ଷା ଦେଉଛନ୍ତି ।

(iii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିଷୟରେ ଛାତ୍ରମାନେ କେତେ ମାର୍କ ରଖିଛନ୍ତି ।

(iv) କେତେ ଜଣ ଛାତ୍ର କୃତକାର୍ଯ୍ୟ ହୋଇଛନ୍ତି ।

(v) ହାରାହାରି କେତେ ଛାତ୍ର କୃତକାର୍ଯ୍ୟ ହେଲେ ।

ଏହି ପ୍ରତ୍ୟେକ ତଥ୍ୟକୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ ସେହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ଲବ୍ଧାଙ୍କ କହନ୍ତି ।

ଉଦାହରଣ - ଗୋଟିଏ ଛାତ୍ରର 5 ଟି ବିଷୟର ପରୀକ୍ଷାରେ ଥିବା ନମ୍ବର 65, 80, 70, 60 ଓ 85

ଛାତ୍ରଟିର ହାରାହାରି ନମ୍ବର = $\dfrac{65+80+70+60+85}{5} = \dfrac{360}{5} = 72$

ଏହି ସଂଖ୍ୟାକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାର ମାପ (Measure of central tendency) କହନ୍ତି ।

3. କେନ୍ଦ୍ରୀୟ ପ୍ରବଣତାକୁ ସୂଚାଇବା ପାଇଁ ତିନି ପ୍ରକାର ମାପ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ ।

(i) ମାଧ୍ୟମାନ (Mean)

(ii) ମଧ୍ୟମା (Medium)

(iii) ଗରିଷ୍ଠକ (Mode)

(i) ମାଧ୍ୟମାନ (Mean) :

ଗୋଟିଏ ସାଂଖ୍ୟିକ ତଥ୍ୟାବଳୀ ଅନ୍ତର୍ଗତ ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ହାରାହାରି ମାପକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ (Mean) କୁହାଯାଏ ।

କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲବ୍ଧାଙ୍କଗୁଡ଼ିକ $x_1, x_2, x_3 \ldots\ldots x_n$ ହେଲେ ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ M ହେଲେ

$$M = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots\ldots\ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{k=1}^{n} x_k}{n}$$

(ii) ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣରେ $x_1, x_2, \ldots\ldots x_n$ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ଅନୁରୂପ ବାରମ୍ବାରତା $f_1, f_2 \ldots\ldots f_n$ ହେଲେ

ମାଧ୍ୟମାନ $M = \dfrac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots\ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n} = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} f_k x_k}{\sum_{k=1}^{n} f_k}$

ସଂକ୍ଷେପରେ ମାଧ୍ୟମାନ $M = \dfrac{\Sigma fx}{\Sigma f}$ ରେ ପ୍ରକାଶିତ ହୁଏ ।

(iii) ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣରେ $x_1, x_2 \ldots\ldots x_n$ ଯଥାକ୍ରମେ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଓ ଏହାର ବାରମ୍ବାରତା $f_1, f_2 \ldots\ldots f_n$ ହେଲେ

ମାଧ୍ୟମାନ $M = \dfrac{f_1x_1 + f_2x_2 + \ldots\ldots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \ldots\ldots + f_n} = \dfrac{\sum_{k=1}^{n} f_k x_k}{\sum_{k=1}^{n} f_k}$

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟ ସଂକ୍ଷେପରେ ମାଧ୍ୟମାନ $M = \dfrac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

(iv) ଲବ୍ଧାଙ୍କ ବଡ଼ ବଡ଼ ସଂଖ୍ୟା ହେଲେ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ପ୍ରଣାଳୀ ବ୍ୟବହୃତ ହୁଏ । ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମାନ $x_1, x_2 \ldots\ldots x_n$ ଏବଂ ଏହାର ଅନୁରୂପ ବାରମ୍ବାରତା $f_1, f_2 \ldots\ldots f_n$ । A ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁହେଲେ ମାଧମାନ

$M = A + \dfrac{\Sigma f_i y_i}{\Sigma f_i}$

ଯେତେବେଳେ $x_i - A = y_i$

$\therefore$ ମାଧ୍ୟମାନ = ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ + $\dfrac{\text{ବିଚ୍ୟୁତିମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି}}{\text{ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା}}$

4. ଭାଗ ବିଭକ୍ତ ଓ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ମାଧମାନ ନିରୂପଣ :

$x_1, x_2 \ldots\ldots x_n$ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ଓ ପ୍ରତ୍ୟେକ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା $f_1, f_2 \ldots\ldots f_n$ ହେଲେ

ମାଧମାନ $M = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$

5. କେତେକ ଜ୍ଞାତବ୍ୟ ତଥ୍ୟ :

$x_1, x_2 \ldots\ldots x_n$ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ M ହେଲେ

(i) $x_1+a,\ x_2+a, x_3+a, \ldots\ldots\ldots, x_n+a$ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ M+a ହେବ ।

(ii) $x_1-a,\ x_2-a, x_3-a, \ldots\ldots\ldots, x_n-a$ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ M – a ହେବ ।

(iii) $ax_1, ax_2 \ldots\ldots ax_n$ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ M ହେବ । $(a \neq 0)$

(iv) $\dfrac{x_1}{a}, \dfrac{x_2}{a}, \dfrac{x_3}{a}, \ldots\ldots\ldots \dfrac{x_n}{a}$ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମାଧ୍ୟମାନ $\dfrac{M}{a}$ ହେବ $(a \neq 0)$ ।

6. ମଧ୍ୟମା (Median) :

କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକ ସାନରୁ ବଡ଼ ବା ବଡ଼ରୁ ସାନ କ୍ରମରେ ସଜ୍ଜିତ ଥିଲେ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟମ ଲବ୍ଧାଙ୍କକୁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା କୁହାଯାଏ ।

(i) ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା n ଅଯୁଗ୍ମ ହେଲେ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗୋଟିଏ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ଓ ତାହା ହେଉଛି $\frac{n+1}{2}$ ତମ ସ୍ଥାନ ।

ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା = $\frac{n+1}{2}$ ତମ ସ୍ଥାନୀୟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ।

(ii) n ଯୁଗ୍ମ ହେଲେ ଦୁଇଟି ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ ଥାଏ । ସେ ଦୁଇଟି ସ୍ଥାନ $\frac{n}{2}$ ତମ ଓ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ତମ ସ୍ଥାନ ।

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟମା = $\frac{n}{2}$ ତମ ଓ $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ ତମ ସ୍ଥାନର ହାରାହାରି = $\frac{1}{2}\left[\frac{n}{2}+\left(\frac{n}{2}+1\right)\right]$ ତମ ସ୍ଥାନ ।

(iii) ଯେଉଁ ଲବ୍ଧାଙ୍କର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ m ଅପେକ୍ଷା ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର, ସେହି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ହିଁ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ।

(iv) ଭାଗବିଭକ୍ତ ଏବଂ ବାରମ୍ବାରତା ବିତରଣ ସାରଣୀରେ ପ୍ରକାଶିତତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା -

$$M_d = l + \frac{m-c}{f} i$$

ଏଠାରେ l = ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗର ନିମ୍ନସୀମା

m = ମଧ୍ୟମା ସ୍ଥାନ

f = ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା

c = ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତା

i = ସଂଭାଗ ବିସ୍ତାର ।

7. ଗରିଷ୍ଠକ (Mode) :

(i) କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ସର୍ବାଧିକ ଥର ରହିଥିବା ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ଅଟେ ।

(ii) ଭାଗବିହୀନ ବାରମ୍ବାରତା ବଣ୍ଟନରେ ସର୍ବାଧିକ ବାରମ୍ବାରତା ବିଶିଷ୍ଟ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଉକ୍ତ ବଣ୍ଟନର ଗରିଷ୍ଠକ ।

(iii) କୌଣସି ତଥ୍ୟାବଳୀରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମାନଙ୍କର ବାରମ୍ବାରତା ସମାନ, ତେବେ ଉକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ ।

(a) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ର ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ ।

(b) 2, 3, 4, 2, 4, 3 ର ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ ।

8. ମାଧମାନ, ମଧ୍ୟମା ଓ ଗରିଷ୍ଠକ ମଧ୍ୟରେ ଆନୁଭବିକ ସମ୍ବନ୍ଧ -

(Emperal relation)

ଏକ ତଥ୍ୟାବୀଳୀରେ ମାଧମାନ M, ମଧ୍ୟମା M_d ଏବଂ ଗରିଷ୍ଠକ M_0 ହେଲେ $M_0 = 3M_d - 2M$ ।

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ 1 ନମ୍ବର)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର :

(i) ପ୍ରଥମ 20 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧମାନ ----- ।

(ii) 15 ଠାରୁ 25 ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧମାନ ----- । (2019-A)

(iii) ଗୋଟିଏ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧମାନ 15 ଓ ମଧମା 14 ହେଲେ ସେମାନଙ୍କ ଗରିଷ୍ଠକ ----- । (2019-A)

(iv) 5, 8, 3, 7, 11, 27 ଏବଂ 16 ଏହି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମଧମା ----- । (2018-A)

(v) 60 ରୁ କମ୍ ହୋଇଥିବା 9 ର ସମସ୍ତ ଗୁଣିତକ ମାନଙ୍କ ମଧମା ----- । (2018-A)

(vi) 5, 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 11, 12, 12 ଗରିଷ୍ଠକ ----- । (2018-A)

(vii) 6, 8, 5, 7, x ଓ 4 ର ମାଧମାନ 7 ହେଲେ x = ----- । (2014-S)

(viii) x, x + 1, x + 2, x + 2, x + 3, x+2, x+4ର ଗରିଷ୍ଠକ 7 ହେଲେ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ମାଧମାନ ----- ।

(ix) ପ୍ରଥମ 9 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମଧମା ----- ।

(x) ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ M_0 ଓ ମାଧ୍ୟମାନ M ହେଲେ ମଧ୍ୟମା M_d = ----- ।

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(i) x, x + 2, x + 4, x + 6, x + 8 ଓ x + 10 ର ମାଧମାନ 8 ହେଲେ x ର ମାନ କେତେ ? (2018-A)

(ii) 7, 8, 4, 3, 10 ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ମଧମା କେତେ ? (2019-A)

(iii) ପ୍ରଥମ 5 ଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ମଧମା ପ୍ରଥମ 6 ଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟମା ଠାରୁ କେତେ କମ୍ ?(2018A)

(iv) 5 ବର୍ଷ ବୟସ୍କ 4 ଟି ପିଲା ଓ 4 ବର୍ଷ ବୟସ୍କ 6 ଟି ପିଲାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ କେତେ ହେବ ? (2018-A)

(v) M ମାଧ୍ୟମାନ ବିଶିଷ୍ଟ 20 ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକ କୁ 2 ବଢ଼ାଇଲେ ନୂତନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମାନଙ୍କର ମାଧମାନ କେତେ ହେବ ?

(vi) 10 ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ଗଣିଷ୍ଠକ 12 । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କକୁ 2 ଦ୍ୱାରା ଭାଗକଲେ ନୂତନ ଲବ୍ଧାଙ୍କମାନଙ୍କର ଗରିଷ୍ଠକ କେତେ ହେବ ?

(vii) ଗୋଟଏ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ 2 ଓ ମାଧ୍ୟମାନ 5 ହେଲେ ମଧ୍ୟମା କେତେ ? (2016-A)

(viii) 100, 25, 50, 29, x, 30, 18, 48 ର ଗରିଷ୍ଠକ 50 ହେଲେ x = କେତେ ? (2016-A)

(ix) ପ୍ରଥମ 10 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମଧମା ପ୍ରଥମ 9 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟମା ଠାରୁ କେତେ ବେଶି ? (2014A)

(x) ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ କେତେ ? (2018-S)

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	3	4	5	6	7	8	9
ବାରମ୍ବାରତା	12	15	16	18	22	14	8

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର ।

(i) x, x + 3, x + 6, x + 9 ଓ x + 12 ର ମାଧ୍ୟମାନ 9 ହେଲେ x ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) 1, 2, 3, 4,.......n ର ମାଧମାନ M ହେଲେ 2, 4, 6, 8, ...2n ର ମାଧମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) x, x, 5, 7, 9 ର ଗରିଷ୍ଠକ 5 ହେଲେ x ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iv) 20 ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କର ଗରିଷ୍ଠକ 12 । ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 2 ଗୁଣ ହେଲେ ନୂତନ ଗରିଷ୍ଠକ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(v) 16 ର ସମସ୍ତ ଗୁଣନୀୟକର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(vi) ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା 52 ଓ ମାଧ୍ୟମାନ 53 ହେଲେ ଏହାର ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(vii) ପ୍ରଥମ 10 ଟି ଧନାତ୍ମକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(viii) 6, 4, 7, x ଓ 10 ର ମାଧମାନ 8 ହେଲେ x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ix) ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ x ଓ ମଧ୍ୟମା x ହେଲେ ଗରିଷ୍ଠକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(x) ଗୋଟିଏ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ଗରିଷ୍ଠକ ଠାରୁ 6 ଅଧିକ ହେଲେ ମାଧ୍ୟମାନ ମଧ୍ୟମାନ ଠାରୁ କେତେ ଅଧିକ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. 'କ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରପ୍ରକାଶକୁ 'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର ।

'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
(i) ପ୍ରଥମ 9 ଟି ମୌଳିକ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟମା :	(A) 29
(ii) $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \ldots\ldots 20^2$ ଟି ମାଧମାନ÷	(B) 9
(iii) $x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n$ ର ମାଧମାନ M ହେଲେ $\sum_{i=1}^{n}(x_1 - M)$ ର ମାନ : .	(C) 6
(iv) x, x + 2, x + 4, x + 6, x + 8 ର ମାଧ୍ୟମାନ :	(D) 8
(v) 18, 32, 37, 25, 31, 19, 25, 29, 30 ର ମଧ୍ୟମା :	(E) 7
(vi) ଗୋଟିଏ ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ 11 ଓ ମାଧ୍ୟମାନ 8 ହେଲେ ମଧ୍ୟମା :	(F) 0.5
(vii) x, x, 6, 3, 4 ର ଗରିଷ୍ଠକ 6 ହେଲେ x ର ମାନ :	(G) 11
(viii) 5, 5, 4, 4, 5, 8, 8, 8, 8, 8 ର ଗରିଷ୍ଠକ :	(H) 143.5
(ix) 2, 7, 5, 3, 11, 27 ଓ 16 ଏହି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ମଧ୍ୟମା :	(I) O
(x) ପ୍ରଥମ 10 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟମା ପ୍ରଥମ 9 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟମା ମଧ୍ୟରେ ପାର୍ଥକ୍ୟ :	(J) x + 4

5. ନିମ୍ନସ୍ଥ ଉକ୍ତି ଗୁଡ଼ିକରେ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (T) ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (F) ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସ ଭିତରେ ରଖ ।

(i) ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ 2n + 2 । ☐

(ii) ପ୍ରଥମ n ସଂଖ୍ୟକ ଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{n+1}{2}$ । ☐

(iii) 3, 4, 5, 7, 7, 7, 8, 11 ର ଗରିଷ୍ଠକ 11 । ☐

(iv) 3 × ମଧ୍ୟମା − 2 × ମାଧ୍ୟମାନ = ଗରିଷ୍ଠକ । ☐

(v) ଏକ ତଥ୍ୟାବଳୀର ସମସ୍ତ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ସମାନ ସମାନ ଥର ଥିଲେ ଏହି ତଥ୍ୟାବଳୀର ଗରିଷ୍ଠକ ନାହିଁ । ☐

(vi) ପ୍ରଥମ ଦଶଗୋଟି ଅଯୁଗ୍ମ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ 100 । ☐

(vii) ପ୍ରଥମ ନଅଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମଧ୍ୟମା 9 । ☐

(viii) ଏକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିରେ ଥିବା ତିନୋଟି କ୍ରମିକ ପଦର ମାଧ୍ୟମାନ ସେମାନଙ୍କର ମଧ୍ୟମପଦ ସଙ୍ଗେ ସମାନ । ☐

(ix) ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ ଦତ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କଲେ ଭିନ୍ନ ଭିନ୍ନ ଉତ୍ତର ମିଳିବ । ☐

(x) ପ୍ରଥମ 20 ଟି ଯୁଗ୍ମ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନ ପ୍ରଥମ 20 ଟି ଗଣନ ସଂଖ୍ୟାର ମାଧ୍ୟମାନର ଦୁଇଗୁଣ । ☐

ଉତ୍ତର

(i) 10.5 ii) 20 iii) 12 iv) 7.5 v) 31.5 vi) 9 vii) 12 viii) 7 ix) 5 x) $\frac{M_0 + 2M}{3}$

2. i) 3 ii) 7 iii) 0.5 iv) 4.4 v) M + 2 vi) 6 vii) 4 viii) 50 ix) 0.5 x) 7

3. i) 3 ii) 2M iii) 5 iv) 24 v) 4 vi) 50 vii) 11 viii) 13 ix) x x) 3

4. i) → (G) ii) → (H) iii) → (I) iv) → (J) v) → (A)
vi) → (B) vii) → (C) viii) → (D) ix) → (E) x) → (F)

5. i) → F ii) → T iii) → F iv) → T v) → T
vi) → F vii) → F viii) → T ix) → F x) → T

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ବାରମ୍ବାରତା	4	9	10	14	7

[2020(A)]

2. ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12- 16	16 - 20	20 - 24
ବାରମ୍ବାରତା :	5	7	5	10	9	4

[2020(A)]

3. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	15	16	17	18	19	20	21
ବାରମ୍ବାରତା :	3	5	12	15	8	4	3

[2019(A)]

4. ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ 65 ଜଣ ଯୁବକଙ୍କର ବୟସ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ତଥ୍ୟ ଦିଆଯାଇଛି । ସେହି ତଥ୍ୟର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	18	19	20	21	22	23
ବାରମ୍ବାରତା :	7	9	16	17	10	6

[2019(A)]

5. ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
ବାରମ୍ବାରତା :	6	12	22	14	10	5

[2018(A)]

6. ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60
ବାରମ୍ବାରତା :	9	11	5	16	9

[2018(A)]

7. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	0 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20	20 - 24
ବାରମ୍ବାରତା :	5	7	10	15	9	4

[2018(S)]

8. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	0 - 10	10 - 20	20 - 30	30 - 40	40 - 50
ବାରମ୍ବାରତା :	7	12	18	22	23

[2018(S)]

9. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ :	20 - 30	30 - 40	40 - 50	50 - 60	60 - 70
ବାରମ୍ବାରତା :	10	6	8	12	4

[2017(S)]

10. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ :	4	5	6	7	8
ବାରମ୍ବାରତା :	8	12	21	32	18

[2017(S)]

11. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ :	11	12	13	14	15	16
ବାରମ୍ବାରତା :	2	4	6	10	8	7

12. 60 ଟି ଗଛର ଉଚ୍ଚତା ନିମ୍ନ ସାରଣୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଗଛଗୁଡ଼ିକର ଉଚ୍ଚତାର ମଧ୍ୟମା ନିରୂପଣ କର ।

ଉଚ୍ଚତା ସେ.ମି.ରେ (x) :	37	38	39	40	41
ଗଛ ସଂଖ୍ୟା (f) :	10	14	18	12	6

13. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ 30 ଜଣ ବାଳକ ଓ 20 ଜଣ ବାଳିକା ପଢ଼ନ୍ତି । ବାଳକ ମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ 13.8 ବର୍ଷ ଓ ବାଳିକା ମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ 13.5 ବର୍ଷ । ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା ସମସ୍ତ ବାଳକ ବାଳିକାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

14. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ 10 ଜଣ ବାଳିକା ଓ 30 ଜଣ ବାଳକ ପଢ଼ନ୍ତି । ବାଳକମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତାର ମାଧ୍ୟମାନ 61.2 ସେ.ମି. ଓ ବାଳିକାମାନଙ୍କର ଉଚ୍ଚତାର ମାଧ୍ୟମାନ 59.4 ସେ.ମି. । ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା ସମସ୍ତ ବାଳକ ବାଳିକାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

15. 9 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କର ବୟସ ଯଥାକ୍ରମେ 65, 49, 48, 47, 45, 42, 41, 38, 30 ବର୍ଷ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ (ଉପଯୁକ୍ତ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

16. 9 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କର ବୟସ ଯଥାକ୍ରମେ 60, 51, 48, 47, 45, 42, 41, 39, 32 ବର୍ଷ ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ ସଂକ୍ଷିପ୍ତ ପ୍ରଣାଳୀରେ (ଉପଯୁକ୍ତ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ ନେଇ) ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

17. ଗୋଟିଏ ଶ୍ରେଣୀରେ ଥିବା 40 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ହାରାହାର ବୟସ 15 ବର୍ଷ । ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହିତ ସେମାନଙ୍କ ହାରାହାରି ବୟସ 16 ବର୍ଷ ହେଲେ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

18. ଏକ ଶ୍ରେଣୀରେ 30 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ହାରାହାରି ବୟସ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହିତ ସେମାନଙ୍କର ହାରାହାରି ବୟସ 13 ବର୍ଷ ହେଲେ ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବୟସ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

19. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ .	7	8	9	10	11	12
ବାରମ୍ବାରତା	12	20	36	43	35	28

20. ନିମ୍ନ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ .	7	8	9	10	11	12
ଗଛ ସଂଖ୍ୟା (f)	12	20	36	43	35	28

ଉତ୍ତର

1. ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଦତ୍ତ ସାରଣୀକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf)
0 - 10	4	4
10 - 20	9	13
20 - 30	10	23
30 - 40	14	37
40 - 50	7	44

$\therefore$ n = 44

ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ = $\frac{1}{2}[\frac{n}{2}$ ତମ ପଦ + $(\frac{n}{2}+1)$ ତମ ପଦ

$= \frac{1}{2}\left[\frac{44}{2}+\left(\frac{44}{2}+1\right)\right]$ ତମ ପଦ

$= \frac{1}{2}(22+23)$ ତମ ପଦ

= 22.5 ତମ ପଦ

22.5 ଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 23

ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗ = 20 - 30

ଏଠାରେ l = 20, f = 10

c = ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗର ଠିକ୍ ପୂର୍ବବର୍ତ୍ତୀ ସଂଭାଗର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା ।

= 13

i = ସଂଭାଗ ର ବିସ୍ତାର = 10

ମଧ୍ୟମା $M_d = l + \frac{m-c}{f} \times i$

$= 20 + \frac{22-13}{10} \times 10 = 20 + \frac{9}{10} \times 10 = 20 + 9 = 29$

2.

ସଂଭାଗ	ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	fx
0 - 4	2	5	10
4 - 8	6	7	42
8 - 12	10	5	50
12 - 16	14	10	140
16 - 20	18	9	162
20 - 24	22	4	88

$\Sigma f = 40 \qquad \Sigma fx = 492$

ମାଧ୍ୟମାନ $M = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{492}{40} = 12.3$

3. ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ଦତ୍ତ ସାରଣୀକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖାଯାଏ ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	fx
15	3	45
16	5	80
17	12	204
18	15	270
19	8	152
20	4	80
21	3	63

$\Sigma f = 50 \qquad \Sigma fx = 894$

ମାଧ୍ୟମାନ $M = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{894}{50} = 17.88$

4.

ବୟସ (x)	ଯୁବକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା (f) (ବାରମ୍ବାରତା)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf)
18	7	7
19	9	16
20	16	32
21	17	49
22	10	59
23	6	65

ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ = $\frac{65+1}{2} = 33$

33 ଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf) $= 49$

$\therefore$ ମଧ୍ୟମା = 21

5. ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ ଲାଗି ଦତ୍ତ ସାରଣୀକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖାଯାଇଥାଏ ।

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf)
0 -10	6	6
10 - 20	12	18
20 - 30	22	40
30 - 40	14	54
40 - 50	10	64
50 - 60	5	69

n = 69

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ $m = \frac{n+1}{2} = \frac{69+1}{2} = \frac{70}{2} = 35$

ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗ 20 - 30

ମଧ୍ୟମା ସଂଭାଗର ବାରମ୍ବାରତାf = 22

l = 20, c = 18, i = 10

$$M_d = l + \frac{m-c}{f} \times i = 20 + \frac{35-18}{22} \times 10 = 20 + \frac{170}{22} = 20 + 7.73$$

6.

ସଂଭାଗ	ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	fx
10 - 20	15	9	135
20 - 30	25	11	275
30 - 40	35	5	175
40 - 50	45	16	720
50 - 60	55	9	495

$\Sigma f = 50$ $\Sigma fx = 1800$

ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1800}{50} = 3.6$

7. ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଲାଗି ସାରଣୀକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଉଲ୍ଲେଖ କରାଯାଏ ।

ସଂଭାଗ	ସଂଭାଗ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	fx
0 - 4	2	5	10
8 - 8	6	7	42
8 - 12	10	10	100
12 - 16	14	15	210
16 - 20	18	9	162
20 - 24	22	4	88

$\Sigma f = 50$ $\Sigma fx = 612$

ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{612}{50} = 12.24$

8.

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf)
0 - 10	7	7
10 - 20	12	19
20 - 30	18	37
30 - 40	22	59
40 - 50	23	82

$n = 82$

ଏଠାରେ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ $m = \frac{1}{2}\left[\frac{n}{2}+\left(\frac{n}{2}+1\right)\right]$ ତମ ସ୍ଥାନ

$= \frac{1}{2}\left[\frac{82}{2}+\left(\frac{82}{2}+1\right)\right]$ ତମ ସ୍ଥାନ

$= \frac{1}{2}[41+42]$ ତମ ସ୍ଥାନ $= 41.5$ ତମ ସ୍ଥାନ

= 41.5 ଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା $cf = 59$

ମଧ୍ୟମ ସଂଭାଗ = 30 - 40

$\therefore\ l = 30 \qquad m = 41.5$

ମଧ୍ୟମା $M_d = l + \frac{m-c}{f} \times i$

$= 30 + \frac{41.5-37}{22} \times 10$

$= 30 + \frac{45}{22}$

$= 32.04$

9. ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ନିମ୍ନ ଭାବରେ ଉଲ୍ଲେଖ ହୋଇଅଛି ।

ସଂଭାଗ	ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	fx
20 - 30	25	10	250
30 - 40	35	6	210
40 - 50	45	8	360
50 - 60	55	12	660
60 - 70	65	4	260
		$\Sigma f = 40$	$\Sigma fx = 1740$

ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1740}{40} = 43.5$

10. ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଲାଗି ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଦର୍ଶାଯାଇଅଛି ।

ଲବ୍ଧାଙ୍କ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf)
4	8	8
5	12	20
6	21	41
7	32	73
8	18	91

$n = 91$

ମଧ୍ୟମା ଲବ୍ଧାଙ୍କର ସ୍ଥାନ $m = \frac{n+1}{2} = \frac{91+1}{2}\ \frac{91+1}{2} = 46$

46 ଠାରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 73

$\therefore$ ମଧ୍ୟମା = 7

11.

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	fx
11	2	22
12	4	48
13	6	78
14	10	140
15	8	120
16	7	112

$\Sigma f = 37$ $\Sigma fx = 520$

ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{520}{37} = 14.05$

12.

ଉଚ୍ଚତା ସେ.ମି.ରେର	ଗଛ ସଂଖ୍ୟା (f)	ରାଶୀକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf)
37	10	10
38	14	24
39	18	42
40	12	54
41	6	60

$\therefore n = 60$

ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ = $\frac{1}{2}\left[\frac{n}{2} + \left(\frac{n}{2}+1\right)\right]$ ତମ ସ୍ଥାନ

$= \frac{1}{2}\left[\frac{60}{2} + \left(\frac{60}{2}+1\right)\right]$ ତମ ସ୍ଥାନ

$= \frac{1}{2}$ (30 + 31) ତମ ସ୍ଥାନ = 30.5

30.5 ରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶୀକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 42,   ମଧ୍ୟମା = 39 ।

13. 30 ଜଣ ବାଳକଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ 13.8 ବର୍ଷ ।

ସମସ୍ତ ବାଳକମାନଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି = 13.8 × 30 = 414 ବର୍ଷ

20 ଜଣ ବାଳିକାଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ 13.5 ବର୍ଷ

∴ ସମସ୍ତ ବାଳିକାଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି = 13.5 × 20 = 270 ବର୍ଷ

ସମସ୍ତ ବାଳକ ଓ ବାଳିକାଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି = 414 + 270 = 684 ବର୍ଷ

ମୋଟ ବାଳକ ଓ ବାଳିକାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 30 + 20 = 50

ସମସ୍ତ ବାଳକ ଓ ବାଳିକାମାନଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ବୟସ = $\frac{684}{50}$ = 13.68 ବର୍ଷ

14. ବାଳିକାମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ଉଚ୍ଚତା 59.4 ସେ.ମି.

ଓ ବାଳିକାମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 10

ସମସ୍ତ ବାଳିକାଙ୍କର ଉଚ୍ଚତାର ସମଷ୍ଟି = 59.4 × 10 = 594 ସେ.ମି.

ବାଳକମାନଙ୍କର ମାଧ୍ୟମାନ ଉଚ୍ଚତା = 61.2 ସେ.ମି. ଓ ବାଳକମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 30

ସମସ୍ତ ବାଳକମାନଙ୍କ ଉଚ୍ଚତାର ସମଷ୍ଟି = 61.2 × 30 ସେ.ମି.

ସମସ୍ତ ବାଳକ, ବାଳିକାଙ୍କ ମୋଟ ଉଚ୍ଚତାର ସମଷ୍ଟି

= 594 ସେ.ମି. + 1836 ସେ.ମି. = 2430 ସେ.ମି.

ମୋଟ ବାଳକ, ବାଳିକାଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = 10 + 30 = 40

ଶ୍ରେଣୀରେ ପଢୁଥିବା ସମସ୍ତ ବାଳକ ଓ ବାଳିକାଙ୍କ ମାଧ୍ୟମାନ ଉଚ୍ଚତା = $\frac{2430}{40}$ = 60.75 ସେ.ମି. ।

15. 9 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କର ବୟସ ଯଥାକ୍ରମେ

65, 49, 48, 47, 45, 42, 41, 38, 30

ମନେକରାଯାଉ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ = 40

∴ ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ବିଚ୍ୟୁତି ଯଥାକ୍ରମେ 25, 9, 8, 7, 5, 2, 1, – 2, –10

ବିଚ୍ୟୁତି ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି = Σx^i

= 25 + 9 + 8 + 7 + 5 + 2 + 1 – 2 – 10 = 45

ମାଧ୍ୟମାନ $M = 40 + \frac{\Sigma x^i}{9}$

$= 40 + \frac{45}{9} = 40 + 5 = 45$

16. 9 ଜଣ ମହିଳାଙ୍କର ବୟସ ଯଥାକ୍ରମେ 60, 51, 48, 47, 45, 42, 41, 39, 32

ମନେକରାଯାଉ ଆରମ୍ଭ ବିନ୍ଦୁ = 40

ପ୍ରତ୍ୟେକ ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ ଗୁଡ଼ିକର ବିଚ୍ୟୁତି ଯଥାକ୍ରମେ

20, 11, 8, 7, 5, 2, 1, – 1, –8

Σx^i = ବିଚ୍ୟୁତି ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି

= 20 + 11 + 8 + 7 + 5 + 2 + 1 – 1 – 8

= 45

ମାଧ୍ୟମାନ $M = 40 + \frac{\Sigma x^i}{9} = 40 + \frac{45}{9} = 40 + 5 = 45$

17. ମନେକର ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବୟସ x ବର୍ଷ ।

40 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ହାରାହାରି ବୟସ 15 ବର୍ଷ

40 ଜଣ ଛାତ୍ରୀଙ୍କର ମୋଟ ବୟସ = 15 × 40 ବର୍ଷ = 600 ବର୍ଷ

ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହ 41 ଜଣଙ୍କର ହାରାହାରି ବୟସ . ବର୍ଷ

41 ଜଣଙ୍କ ମୋଟ ବୟସ = 41 × 16 ବର୍ଷ = 656 ବର୍ଷ ।

$\therefore$ 600 + x = 656

$\Rightarrow$ x = 656 – 600 = 56

ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବୟସ 56 ବର୍ଷ ।

18. 30 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ହାରାହାରି ବୟସ = 12 ବର୍ଷ

30 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି = 12 × 30 ବର୍ଷ = 360 ବର୍ଷ

ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ସହ 3 ଜଣ ଛାତ୍ରଙ୍କର ହାରାହାରି ବୟସ = 13

$\therefore$ 31 ଜଣଙ୍କର ବୟସର ସମଷ୍ଟି = 13 × 31 ବର୍ଷ = 403 ବର୍ଷ

ଶ୍ରେଣୀ ଶିକ୍ଷକଙ୍କ ବୟସ = 403 – 360 ବର୍ଷ

= 43 ବର୍ଷ

19. ତଥ୍ୟାବଳୀର ମଧ୍ୟମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ ପାଇଁ ସାରଣୀକୁ ନିମ୍ନ ପ୍ରକାରରେ ଲେଖିବାକୁ ହେବ ।

ଲବ୍‌ଧାଙ୍କ	ବାରମ୍ବାରତା	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା
7	12	12
8	20	32
9	36	68
10	43	111
11	35	146
12	28	174

ଏଠାରେ n = 176

ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ $=\frac{1}{2}\left[\frac{n}{2}+\left(\frac{n}{2}+1\right)\right]$ ସ୍ଥାନ

$=\frac{1}{2}\left[\frac{174}{2}+\left(\frac{174}{2}+1\right)\right]$ ତମ ସ୍ଥାନ

$\frac{1}{2}[87+88]$ ତମ ସ୍ଥାନ

= 87.5 ତମ ସ୍ଥାନ

87.5 ଠାରୁ ରାଶୀକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 111

ମଧ୍ୟମା = 10

20.

ଲବ୍ଧାଙ୍କ (x)	ବାରମ୍ବାରତା (f)	fx
7	12	84
8	20	160
9	36	324
10	43	430
11	35	385
12	28	33

$\Sigma f = 174$ $\Sigma fx = 1619$

ମାଧ୍ୟମାନ $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{1619}{174} = 9.88$ ପ୍ରା.ୟ

=====

ଷଷ୍ଠ ଅଧ୍ୟାୟ

ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି

(CO-ORDINATE GEOMETRY)

.

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ :

1. ପୂର୍ବପଠିତ ପାଠ୍ୟ :

ପୂର୍ବ ଶ୍ରେଣୀରେ ଆମେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି ଆଧାରିତ ନିମ୍ନୋକ୍ତ ତଥ୍ୟମାନ ଜାଣିଛୁ ।

୧. ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସମତଳ ଏବଂ ଉକ୍ତ ସମତଳରେ ବିନ୍ଦୁସ୍ଥାପନ

୨. ସରଳରେଖାର ସ୍ଲୋପ୍ ନିର୍ଣ୍ଣୟ

୩. ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତି ସାହାଯ୍ୟରେ ସରଳରେଖାର ସମୀକରଣ ନିରୂପଣ

2. କାର୍ଟେଜୀୟ ସମତଳ :

(i) ବୀଜଗଣିତରେ ଆମେ ସଂଖ୍ୟାରେଖା ସମ୍ବନ୍ଧରେ ଆଲୋଚନା କରିଛେ । ସେଥିରୁ ଆମେ ଜାଣିଛେ ଯେ କୌଣସି ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା ଏକ ସରଳରେଖା ଉପରେ ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୋଇପାରିବ ଏବଂ ବିପରୀତକ୍ରମେ ସରଳରେଖାର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁ ଏକ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟାଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୋଇପାରିବ ।

(ii) ଦତ୍ତ ସରଳରେଖାର ବାହାରେ, ସମତଳ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁକୁ ଗୋଟିଏ ସଂଖ୍ୟା ସାହାଯ୍ୟରେ ସୂଚିତ କରାଯାଇପାରିବ ନାହିଁ ।

(iii) ଦତ୍ତ ସମତଳ ଉପରସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ର ଅବସ୍ଥିତି ନିରୂପଣ କରିବା ପାଇଁ ଆମେ ଦୁଇଗୋଟି ସଂଖ୍ୟାରେଖା $\overleftrightarrow{X'OX}$ ଓ $\overleftrightarrow{Y'OY}$ ନେବା ଯେପରିକି ସେମାନେ ସମକୋଣରେ ପରସ୍ପରକୁ O ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରିବେ ।

(iv) $\overleftrightarrow{X'OX}$ ଓ $\overleftrightarrow{Y'OY}$ ସଂଖ୍ୟାରେଖାଦ୍ୱୟକୁ ଯଥାକ୍ରମେ x- ଅକ୍ଷ (x-axis) ଓ y- ଅକ୍ଷ (y-axis) କୁହାଯାଏ ଏବଂ O ବିନ୍ଦୁକୁ ମୂଳବିନ୍ଦୁ (Origin) କୁହାଯାଏ ।

(v) ଏହି ସମତଳଟି ଦୁଇଟି ବାସ୍ତବ ସରଳରେଖା ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ ହୁଏ, ତେଣୁ R x R ବା R^2– ସମତଳ (R^2-Plane) ମଧ୍ୟ କୁହାଯାଏ ।

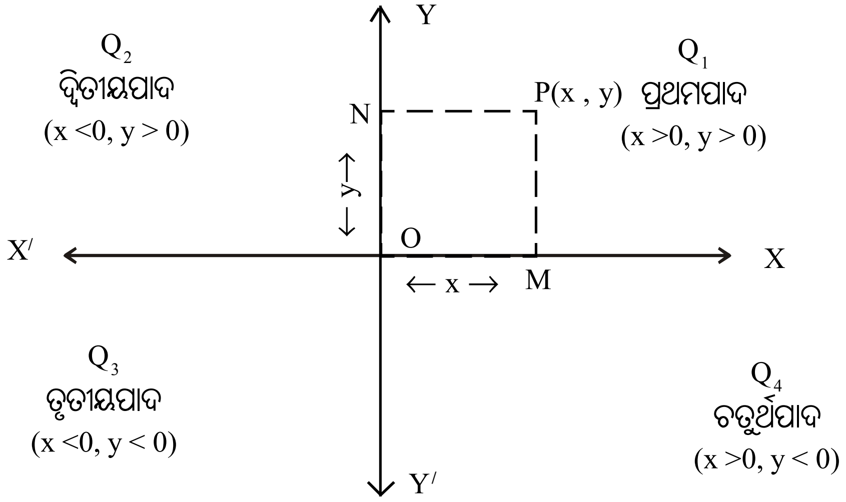
(vi) ଏହି ଅକ୍ଷଦ୍ୱୟ R^2- ସମତଳକୁ ଚାରିଭାଗରେ ବିଭକ୍ତ କରେ ।

(vii) ପ୍ରତ୍ୟେକ ଭାଗକୁ ପାଦ (Quadrant) କୁହାଯାଏ ।

(viii) XOY ପାଦକୁ ପ୍ରଥମପାଦ (First quadrant, Q_1), YOX' କୁ ଦ୍ୱିତୀୟପାଦ (Second quadrant, Q_2) $X'OY'$କୁ ତୃତୀୟପାଦ (Third quadrant, Q_3), $Y'OX$ କୁ ଚତୁର୍ଥପାଦ (Fourth quadrant, Q_4) କୁହାଯାଏ ।

3. ଏକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ ଓ କାର୍ଟେଜୀୟ ସ୍ଥାନାଙ୍କ :

ଦତ୍ତ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିବା । P ବିନ୍ଦୁରୁ x- ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି $\overline{PM}$ ଲମ୍ବ ଓ y- ଅକ୍ଷ ପ୍ରତି $\overline{PN}$ ଲମ୍ବ ଅଙ୍କନ କର । ଯଦି x – ଅକ୍ଷରେ ଅବସ୍ଥିତ M ବିନ୍ଦୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା x କୁ ସୂଚାଏ ଏବଂ y– ଅକ୍ଷରେ ଅବସ୍ଥିତି



(ଚିତ୍ର 1)

N ବିନ୍ଦୁ ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା y କୁ ସୂଚାଏ, ଅର୍ଥାତ୍ OM = NP = x ଏବଂ ON = MP = y, ତେବେ ଆମେ P ବିନ୍ଦୁକୁ ଦୁଇଟି କ୍ରମିତ ଯୋଡ଼ି (ordered pair), (x,y) ଦ୍ୱାରା ସୂଚିତ କରିପାରିବା ଏବଂ ଲେଖିଲାବେଳେ ଆମେ ଏହାକୁ P(x, y) ହିସାବରେ ଲେଖିବା । ।

(i) ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା x କୁ P ବିନ୍ଦୁର **x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x-co-ordinate) ବା ଭୁଜ (abscissa)** କୁହାଯାଏ ।

(ii) ବାସ୍ତବ ସଂଖ୍ୟା y କୁ P ବିନ୍ଦୁର **y ସ୍ଥାନାଙ୍କ (y-coordinate) ବା କୋଟି (ordinate)** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

(iii) P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଦ୍ୱୟ ଗୋଟିଏ ନିର୍ଦ୍ଦିଷ୍ଟ କ୍ରମରେ (ପ୍ରଥମେ x ଓ ପରେ y) ଆବଦ୍ଧ ହେଉଥିବାରୁ ଏହାକୁ ଏକ **କ୍ରମିତ ସଂଖ୍ୟାଯୋଡ଼ି (ordered pair)** ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।

(iv) କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କର ପ୍ରଥମ ସଂଖ୍ୟାଟି x-ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଓ ଦ୍ୱିତୀୟ ସଂଖ୍ୟାଟି y- ସ୍ଥାନାଙ୍କକୁ ବୁଝାଏ ।

(v) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଜ୍ୟାମିତିର ଜନକ ଡେକାର୍ଟେଙ୍କ ନାନାନୁସାରେ P ବିନ୍ଦୁର ଏହି ସ୍ଥାନାଙ୍କକୁ **କାର୍ଟେଜୀୟ ସ୍ଥାନାଙ୍କ (Cartesian co-ordinates)** କୁହାଯାଏ ।

(vi) ବିନ୍ଦୁଟି ଯେଉଁ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ, ସେ ସମତଳକୁ **କାର୍ଟେଜୀୟ ସମତଳ (Cartesian plane)** କୁହାଯାଏ ।

4. ବିନ୍ଦୁର ଅବସ୍ଥିତି ଓ ସ୍ଥାନାଙ୍କ :

(i) x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, 0) ଅର୍ଥାତ୍ x- ଅକ୍ଷର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ = 0 ।

(ii) ସେହିପରି y- ଅକ୍ଷର ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (0, y) ଅର୍ଥାତ୍ y- ଅକ୍ଷର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର x ସ୍ଥାନାଙ୍କ 0 ।

(iii) ମୂଳବିନ୍ଦୁ O ଉଭୟ ଅକ୍ଷର ପରସ୍ପର ଛେଦବିନ୍ଦୁରେ ଥିବାରୁ ଏହାର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (0, 0) ଅଟେ ।

(iv) (a) ପ୍ରଥମ ପାଦରେ ଅବସ୍ଥିତ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, y) ପାଇଁ $x > 0, y > 0$, ଅର୍ଥାତ୍ x ଓ y ଉଭୟେ ଧନାତ୍ମକ ।

(b) ଦ୍ୱିତୀୟପାଦରେ ଅବସ୍ଥିତ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, y) ପାଇଁ $x < 0, y > 0$; ଅର୍ଥାତ୍ x ଋଣାତ୍ମକ ଓ y ଧନାତ୍ମକ ।

(c) ତୃତୀୟପାଦର ଅବସ୍ଥିତ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, y) ପାଇଁ $x < 0, y < 0$; ଅର୍ଥାତ୍ x ଓ y ଉଭୟେ ଋଣାତ୍ମକ ।

(d) ଚତୁର୍ଥପାଦରେ ଅବସ୍ଥିତ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, y) ପାଇଁ $x > 0, y < 0$, ଅର୍ଥାତ୍ x ଧନାତ୍ମକ ଓ y ଋଣାତ୍ମକ ।

(v) ଅକ୍ଷଦ୍ୱୟ ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ କୌଣସି ପାଦରେ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ନୁହଁନ୍ତି ।

(vi) x- ଅକ୍ଷର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ 0 ହେତୁ x- ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $y = 0$ । ସେହିପରି y- ଅକ୍ଷର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ 0 ହେତୁ y- ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ହେଉଛି $x = 0$ ।

5. ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା (Distance between two given points) :

(i) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସମତଳରେ $P_1(x_1, y_1)$ ଓ $P_2(x_2, y_2)$ ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, ସେମାନଙ୍କ ଦୂରତା

$$P_1P_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(ii) ମୂଳବିନ୍ଦୁ O (0,0) ରୁ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ P(x, y) ର ଦୂରତା $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$ ହେବ ।

(iii) P_1, P_2 ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ x-ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ $P_1P_2 = |x_2 - x_1|$ ଓ y-ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ $P_1P_2 = |y_2 - y_1|$ ହେବ ।

ଉଦାହରଣ -1 : P(0, –5) ଓ Q(4, –6) ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ନିରୂପଣ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $x_1 = 0, y_1 = -5, x_2 = 4, y_2 = -6$

ଅତଏବ $PQ = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$$= \sqrt{(0-4)^2 + (-5-(-6))^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-5+6)^2} = \sqrt{16+1} = \sqrt{17}$$ (ଉତ୍ତର) ।

ଉଦାହରଣ - 2 : ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, A(0,6), B(2,3) ଓ C(4,0) ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ ଏକରେଖୀୟ ।

ସମାଧାନ : $AB = \sqrt{(0-2)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$,

$BC = \sqrt{(2-4)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ ଏବଂ

$AC = \sqrt{(0-4)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : $AB + BC = \sqrt{13} + \sqrt{13} = 2\sqrt{13} = AC$

ସୁତରାଂ A, B ଓ C ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ ଏକ ରେଖୀୟ ଏବଂ A-B-C (ପ୍ରମାଣିତ)

ଉଦାହରଣ -3 : ପ୍ରମାଣ କର ଯେ A(–2,3), B (5, –2), C(3,–4) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସମଦ୍ୱିବାହୁ Δ ର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ।

ସମାଧାନ : A(–2,3), B (5, –2), C(3,–4) ତିନିଗୋଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ । ଦୂରତା ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କଲେ

$AB = \sqrt{(-2-5)^2 + (3-(-2))^2} = \sqrt{(-7)^2 + (5)^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$

$CB = \sqrt{(3-5)^2 + (-4-(-2))^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}$

$AC = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-(-4))^2} = \sqrt{(-5)^2 + (7)^2} = \sqrt{25+49} = \sqrt{74}$

ଏଠାରେ ଲକ୍ଷ୍ୟ କର : $AB = AC = \sqrt{74}$, $\Rightarrow \Delta$ ABC ସମଦ୍ୱିବାହୁ (ପ୍ରମାଣିତ)

ଉଦାହରଣ - 4 : y -ଅକ୍ଷ ଉପରେ A (6, 5) ଓ B (-4, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁଟି ସ୍ଥିର କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର y -ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଯେ କୌଣସି ବିନ୍ଦୁ P ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (0,y) । ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ AP=BP ।

$AP = \sqrt{(0-6)^2 + (y-5)^2}$ ଏବଂ $BP = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-y)^2}$

$\Rightarrow \sqrt{(0-6)^2 + (y-5)^2} = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-y)^2}$ $(\because AP = BP)$

$\Rightarrow \sqrt{36 + (y-5)^2} = \sqrt{16 + (3-y)^2} \Rightarrow 36 + y^2 - 10y + 25 = 16 + 9 - 6y + y^2$

$\Rightarrow 10y - 6y = 36 + 25 - 16 - 9 \Rightarrow 4y = 36 \Rightarrow y = 9$

ତେଣୁ A(6,5) ଓ B (–4, 3) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ y -ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁଟି P(0,9) ।

ଉଦାହରଣ - 5 : ପ୍ରମାଣ କର ଯେ P(2–2), Q(8,4), R(5,7) ଓ S(–1,1) ଗୋଟିଏ ଆୟତଚିତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଅଟନ୍ତି ।

ସମାଧାନ : $PQ = \sqrt{(8-2)^2 + (4-(-2))^2} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$;

$QR = \sqrt{(5-8)^2 + (7-4)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = 3\sqrt{2}$;

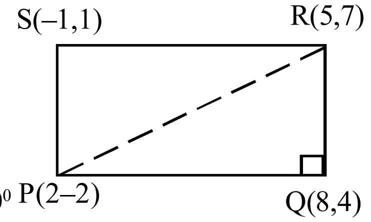
$RS = \sqrt{(-1-5)^2 + (1-7)^2} = \sqrt{(-6)^2 + (-6)^2} = 6\sqrt{2}$ ଏବଂ

∴ SP = $\sqrt{(2-(-1))^2+(-2-1)^2} = \sqrt{3^2+(-3)^2} = 3\sqrt{2}$

ଅର୍ଥାତ୍ PQ = RS ଓ QR = SP

ପୁନଶ୍ଚ $PR^2 = (5-2)^2 + \{7-(-2)\}^2 = 3^2 + 9^2 = 90$

ଏବଂ $PQ^2 + QR^2 = (6\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 = 90 = PR^2 \Rightarrow m\angle PQR = 90^0$



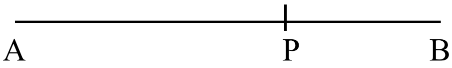
∴ PQRS ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର । (ପ୍ରମାଣିତ) (ଚିତ୍ର 2)

ବି.ଦ୍ର. : PQRS ଏକ ଆୟତଚିତ୍ର ହେବା ପାଇଁ PR = QS ର ପ୍ରମାଣ ଯଥେଷ୍ଟ ।

6. ବିଭାଜନ ସୂତ୍ର (Division Fermula) :

(a) **ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ :**

ଯଦି A – P – B ହୁଏ, ଅର୍ଥାତ୍ $\overline{AB}$ ଉପରେ A ଓ B ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବର୍ତ୍ତୀ P ବିନ୍ଦୁ ହୁଏ, ତେବେ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ P ବିନ୍ଦୁରେ $\overline{AP}$ ଓ $\overline{PB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ ହୁଏ ।



(i) ଏ କ୍ଷେତ୍ରରେ AP + PB = AB ହୁଏ ଓ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ ହୋଇଥିବା ଦୁଇ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ଅନୁପାତ AP : PB ।

ଯଦି P ବିନ୍ଦୁ $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ m : n ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରେ, ଆମେ ଲେଖିବା ଯେ, $\frac{PA}{PB} = \frac{m}{n}$ ।

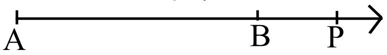
କିନ୍ତୁ P ବିନ୍ଦୁ $\overline{BA}$ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ r : s ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କଲେ, ଆମେ ଲେଖିବା ଯେ, $\frac{PB}{PA} = \frac{r}{s}$ ।

(ii) A (x_1, y_1) ଓ B (x_2, y_2) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$, ଯଦି P (x, y) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱାରା m : n ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜିତ ହୁଏ, ତେବେ P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}, \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$ ହେବ ।

(iii) A, B ଓ P ବିନ୍ଦୁ ଯେକୌଣସି ପାଦ (quadrant) ରେ ରହିଲେ ମଧ୍ୟ . ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଉପରୋକ୍ତ ସୂତ୍ର ଅନୁସାରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିହେବ । (ଅନ୍ତର୍ବିଭାଜନ କ୍ଷେତ୍ରରେ)

(b) **ବହିର୍ବିଭାଜନ :**

(i) ଯଦି A–B–P ହୁଏ, ଅର୍ଥାତ୍ $\overrightarrow{AB}$ ଉପରିସ୍ଥ P ଏକ ବିନ୍ଦୁ ହୁଏ, ତେବେ $\overline{AB}$, P ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱାରା $\overline{AP}$ ଓ $\overline{BP}$ ରେଖାଖଣ୍ଡରେ ବହିର୍ବିଭକ୍ତ ହୋଇଛି ବୋଲି କୁହାଯାଏ ।



(ii) ଏଠାରେ ବହିର୍ବିଭାଜନର ଅନୁପାତ AP : BP ହେବ ଓ AP–PB = AB ହେବ ।

(iii) $\frac{AP}{BP} < 1$ ହେଲେ P –A–B ଏବଂ $\frac{AP}{BP} > 1$ ହେଲେ A – B – P ହେବ ।

(iv) A(x_1, y_1) ଓ B(x_2, y_2) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{AB}$, ଯଦି P(x,y) ଦ୍ୱାରା m:n ଅନୁପାତରେ ବହିର୍ବିଭାଜିତ ହୁଏ ତେବେ P(x, y) ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n}, \frac{my_2-ny_1}{m-n}\right)$ ହେବ ।

(c) **ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ :**

ଯଦି P ବିନ୍ଦୁଟି $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହୁଏ, ସେ କ୍ଷେତ୍ରରେ m = n ହୁଏ ଏବଂ

ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ P ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $(x, y) = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ ହୁଏ ।

ଉଦାହରଣ- 6 : (1,–2) ଓ (–3,–4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର A(1, –2) ଓ B(–3, –4) ଦୁଇଟି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁ ଓ P(x, y), $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ।

ଏଠାରେ $x_1 = 1, y_1 = -2, x_2 = -3, y_2 = -4$

ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ = $\frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{1-3}{2} = -1$ ଓ y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ = $\frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-2-4}{2} = -3$

∴ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେଲା P(–1, –3) ।

ଉଦାହରଣ – 7 : ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଏକ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ (3,5) ଓ ଏହାର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (2,1) ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ମନେକର ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଟି ହେଲା $P(x_2, y_2)$ ।

ଏକ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ $(x_1, y_1) = (3, 5)$ ଏବଂ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (x, y) = (2, 1)

ସୂତ୍ରାନୁସାରେ, $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ ବା $x_2 = 2x - x_1 = 2 \times 2 - 3 = 1$

ଏବଂ $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$ ବା $y_2 = 2y - y_1 = 2 \times 1 - 5 = -3$

∴ ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଟି ହେଲା : (1, –3) ।

ଉଦାହରଣ – 8 : A(2, 3) ଓ B(5, -3) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ 1:2 ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $x_1 = 2, y_1 = 3; x_2 = 5, y_2 = -3; m = 1, n = 2$

ସୁତରାଂ, (i). ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁଟି P(x, y) ହେଲେ, P ବିନ୍ଦୁରେ

x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ = $\frac{mx_2 + nx_1}{m+n} = \frac{1 \times 5 + 2 \times 2}{1+2} = 3$ ଏବଂ y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ = $\frac{my_2 + ny_1}{m+n} = \frac{1 \times (-3) + 2 \times 3}{1+2} = 1$

ତେଣୁ $\overline{AB}$ କୁ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା . ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ଥାନାଙ୍କ ହେଲା : (3, 1) ।

7. ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ (Area of a triangle) :

(i) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x_1, y_1) (x_2, y_2) ଏବଂ (x_3, y_3) ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \frac{1}{2}\left|\{x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)\}\right|$

(ii) ଯଦି ତ୍ରିଭୁଜର ତିନି ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିବେ, ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଶୂନ ହେବ ଏବଂ ବିପରୀତ ପକ୍ଷେ କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ଶୂନ ହେଲେ, ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିବେ ।

(iii) ଯେକୌଣସି ଦତ୍ତ ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ (x_1, y_1) (x_2, y_2) ଏବଂ (x_3, y_3) ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିବାର ଆବଶ୍ୟକ ଓ ଯଥେଷ୍ଟ ସର୍ତ୍ତ (necessary and sufficient condition) ଟି ହେଲା,

$x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2) = 0$

(iv) ଯଦି ତ୍ରିଭୁଜର ଏକ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ମୂଳବିନ୍ଦୁ ହୁଏ ତେବେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}[x_1y_2 - x_2y_1]$ ହେବ, ଯେତେବେଳେ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x_1, y_1) (x_2, y_2) ଏବଂ $(0, 0)$ ହେବ ।

(v) ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\frac{1}{2}|\{x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)\}|$ କୁ ଏକ 3 x 3 ମାଟ୍ରିକ୍ସର ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ ମାଧ୍ୟମରେ ପ୍ରକାଶ କଲେ,

ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $= \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left\{x_1\begin{vmatrix} y_2 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} - x_2\begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_3 & 1 \end{vmatrix} + x_3\begin{vmatrix} y_1 & 1 \\ y_2 & 1 \end{vmatrix}\right\}$ ର ଧନାତ୍ମକ ମୂଲ୍ୟ ଅଟେ ।

ଉଦାହରଣ - 9: ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (1, 3)(–7, 6) ଓ (5, –1) ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫପଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $(x_1, y_1) = (1, 3)$, $(x_2, y_2) = (-7, 6)$, $(x_3, y_3) = (5, -1)$

ତ୍ରିଭୁଜଟିର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\frac{1}{2}|\{x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)\}|$

$= \frac{1}{2}|1\{6 - (-1)\} + (-7)(-1-3) + 5(3-6)|$

$= \frac{1}{2}|(7+28-15)| = 10$ (ଉତ୍ତର)

ଉଦାହରଣ - 10: ଦର୍ଶାଅ ଯେ, A(1, 2), B(0, 5), C(2, –1) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

ସମାଧାନ : ଏଠାରେ $(x_1, y_1) = (1, 2)$, $(x_2, y_2) = (0, 5)$, $(x_3, y_3) = (2, -1)$

ABC ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ $\frac{1}{2}|\{x_1 (y_2 - y_3) + x_2 (y_3 - y_1) + x_3 (y_1 - y_2)\}|$

$= \frac{1}{2}|1\{5 - (-1)\} + 0(-1,-2) + 2(2-5)| = \frac{1}{2}|(6 + 0 - 6)| = 0$

ତେଣୁ ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଅବସ୍ଥିତ । (ଉତ୍ତର)

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ 1 ନମ୍ବର)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(a) (0, 0) ଓ (4, 3) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ----- ।

(b) x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଯେକୌଣସି ବିନ୍ଦୁର y- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ----- ।

(c) y- ଅକ୍ଷର ସମୀକରଣ ହେଉଛି ----- ।

(d) ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ (–4, 3) ବିନ୍ଦୁର ଦୂରତା ----- ।

(e) (4, 2) ଓ (k, –6) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (1, –2) ହେଲେ, k = ----- ।

(f) ଯଦି ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ (2,3) ଏବଂ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (0, 0) ହୁଏ ତେବେ ଅନ୍ତପ୍ରାପ୍ତ ବିନ୍ଦୁଟି ----- ।

(g) (x_1, y_1) ଓ (x_2, y_2) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ P(x,y) ବିନ୍ଦୁ m : n ଅନୁପାତରେ ବହିର୍ବିଭାଜନ କଲେ x ର ମାନ ----- ।

(h) y ର ମାନ ----- ପାଇଁ (–2, –2), (0, y) ଓ (3, 3) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ରହିବେ ।

(i) ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ (1, 1), (2, 2) ଓ (3, 3) ହେଲେ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ----- ।

(j) k ର ମାନ ----- ପାଇଁ (k, 2), (1, 4) × 9–2, 7) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ରେଖୀୟ ହେବେ ।

2. ନିମ୍ନଲିଖତ ପ୍ରଶ୍ନର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(a) (a, –b) ଓ (–a, b) ମଧ୍ୟରେ କେତେ ଦୂରତା କେତେ ?

(b) x- ଅକ୍ଷ ଓ y- ଅକ୍ଷର ଛେଦ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ କେତେ ?

(c) P(10, –10) ବିନ୍ଦୁଟି ସମତଳର କେଉଁ ମାନରେ ଅବସ୍ଥିତ ?

(d) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ (0, 0), (1, 0) ଓ (0, 2) ହେଲେ, ଏହା କେଉଁ ପ୍ରକାରର ତ୍ରିଭୁଜ ?

(e) (–2, 3) ଓ (3, –2) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ କେତେ ?

(f) (h, –1) ଓ (2, k) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (–1, 2) ହେଲେ k ର ମାନ କେତେ ?

(g) କେଉଁ ବିନ୍ଦୁରେ (2, 0) ଓ (–2, 0) ଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡଟି ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡିତ ହେବ ?

(h) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ (0, h,) (0, j) ଓ (0, k) ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

(i) a ର ମାନ କେତେ ହେଲେ (a, –2), (2, 5) ଓ (2, 10) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ରହିବେ ?

(j) a ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ (4, –5), (1, a) ଓ (–2, 7) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜ ଗଠନ କରିବେ ନାହିଁ ।

3. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର ।

(a) (–2, –2) ଓ (–3, –5) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟମାନଙ୍କର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) (0, x) ଓ (2, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟମାନଙ୍କରେ ଦୂରତା $\sqrt{13}$ ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) x ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏବଂ (5, 4) ଓ (–2, 3) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ବିନ୍ଦୁଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(d) (1, 0) ଓ (x, 3) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 5 ଏକକ ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(e) (3, x) ଓ (1, –3) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (2, 1) ହେଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(f) (0, 2) ଓ (2, 0) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ 3 : 2 ଅନୁପାତରେ ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(g) (5, 3) ଓ (h, k) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (–1, 2) ହେଲେ h ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(h) ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ (2, 5), (–3, 5) ଓ (0, 5) ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(i) (–1, –5), (0, x) ଓ (4, 5) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳ ରେଖାରେ ରହିଲେ, x ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(j) (k, –2), (1, 4) ଏବଂ (–2, 7) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକରେଖୀୟ ହେଲେ k ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. 'କ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ 'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭର ଠିକ୍ ପରି ପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର ।

	'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
(a)	ଦ୍ୱିତୀୟ ପାଦରେ ଅବସ୍ଥିତ (x, y) ବିନ୍ଦୁ ପାଇଁ y ର ମାନ :	(i) 0
(b)	(1, 0) ଓ (4, –4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା :	(ii) ଋଣାତ୍ମକ
(c)	x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ଏକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (a, b) ହେଲେ 'b' ର ମାନ :	(iii) ଧନାତ୍ମକ
(d)	ଗୋଟିଏ ଆୟତ ଚିତ୍ରର ପରସ୍ପର ବିପରୀତ ଶୀର୍ଷ ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ (2, –2) ଓ (5, 7) ହେଲେ ଏହାର କର୍ଣ୍ଣର ଦୈର୍ଘ୍ୟ :	(iv) $\left(\frac{7}{5}, \frac{18}{5}\right)$
(e)	ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଗୋଟିଏ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ (2, 3) ଓ ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁଟି ମୂଳବିନ୍ଦୁ ହୁଏ, ତେବେ ଏହାର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେବ :	(v) $(1, \frac{3}{2})$
(f)	(h, –2) ଓ (–3, –4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (1, –4) ହେଲେ h ର ମାନ :	(vi) –1
(g)	ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ (1, 4), (3, –2) ଓ (–3, 16) ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ :.	(vii) 6
(h)	(–3, 3) ଓ (1, 4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗକରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ 3 : 2 ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ :	(viii) 9
(i)	(x, –5), (0, –4) ଓ (4, 5) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକରେଖୀୟ ହେଲେ, x ର ମାନ :	(ix) 5
(j)	ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 10 ଓ ଏହାର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ (1, 3), (–7, x) ଓ (5, –1) ହେଲେ x ର ମାନ :	(x) $3\sqrt{10}$
		(xi) 1
		(xii) 11

5. ନିମ୍ନୋକ୍ତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ଭୁଲ୍ (F) ବା ଠିକ୍ (T) ଦର୍ଶାଅ ।

(a) y- ଅକ୍ଷର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବିନ୍ଦୁର x ସ୍ଥାନାଙ୍କ 0 । ☐

(b) $p_1 (x_1, y_1)$ ଓ $p_2 (x_2, y_2)$ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ x- ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଅବସ୍ଥିତ ହେଲେ $p_1p_2 = x_2 - x_1$ । ☐

(c) (5, 3) ଓ (4, –4) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା = 5 । ☐

(d) (4, –2) ଓ (2, 4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମୂଳ ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ । ☐

(e) (1, 2), (3, 4) ଓ (5, 8) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ହେଲେ, ତ୍ରିଭୁଜଟି ସମବାହୁ । ☐

(f) p (x, y) ବିନ୍ଦୁ (x_1, y_1) ଓ (x_2, y_2) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ m : n ଅନୁପାତରେ ବହିର୍ବିଭାଜନ y ର ମାନ . ହେବ । ☐

(g) (1, 2) ଓ (5, –4) ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟକୁ ଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (2, 1) । ☐

(h) କୌଣସି ତ୍ରିଭୁଜର ଭରକେନ୍ଦ୍ର ମଧ୍ୟମାକୁ 3 : 1 ଅନୁପାତର ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରେ । ☐

(i) (x, –1), (2, –1) ଓ (2, 1) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକରେଖୀୟ ହେଲେ x ର ମାନ 2 ହେବ । ☐

(j) ଏକ ତ୍ରିଭୁଜର 2 ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ତ୍ରୟ (0, 0), (1, 0) ଓ (1, 1) ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1 ହେବ । ☐

ଉତ୍ତର

1. (a) 5, (b) 0, (c) x = 0, (d) 5, (e) – 2, (f) (–2, – 3), (g) $\frac{mx_2 - nx_1}{m-n}$ (h) 0, (i) 0 , (j) 3

2. (a) $2\sqrt{a^2+b^2}$, (b) (0, 0), (c) ଚତୁର୍ଥ ପାଦ, (d) ସମକୋଣୀ (e) $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$ (f) 5,
(g) (0, 0), (h) 0, (i) 2, (j) 1

3. (a) $\sqrt{10}$, (b) 6, (c) (2, 0), (d) 5, (e) 5, (f) $\left(\frac{2}{3},\frac{4}{3}\right)$, (g) – 7, (h) 0, (i) – 3, (j) 3

4 (a) → (iii) ଧନାତ୍ମକ (b) → (ix) 5 (c)→ (i) 0 (d) → (x) $3\sqrt{10}$
(e) → (v) (1, $\frac{3}{2}$) (f) → (xi) 1 (g) → (i) 0 (h) → (iv) $\left(\frac{7}{5},\frac{18}{5}\right)$
(i) → (vi) –1 (j) → (vii) 6

5. (a) T, (b) F, (c) F, (d) T, (e) F, (g) F, (h) F (i) T, (j) F

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ପ୍ରମାଣ କର ଯେ A(–1, –2), B(5, –2) ଓ C(5, 6) ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ABC ତ୍ରିଭୁଜମାନ ସମକୋଣୀ । ପ୍ରତ୍ୟେକ କ୍ଷେତ୍ରରେ କେଉଁ କୋଣଟି ସମକୋଣ ଦର୍ଶାଅ ।
2. ଦର୍ଶାଅ ଯେ A (8, 9), B(–6, 1) ଓ C(0, –5) ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ବିଶିଷ୍ଟ ABC ତ୍ରିଭୁଜମାନ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ।
3. ଦର୍ଶାଅ ଯେ (3, –3), (–3, 3), $(3\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$ (ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସୂଚିତ ଚିତ୍ରକୁ ଗଠନ କରବ ।
4. ଦର୍ଶାଅ ଯେ (–2, –1), (1, 0), (4, 3) ଓ (1, 2) (ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର) ବିନ୍ଦୁଗୁଡ଼ିକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ସୂଚିତ ଚିତ୍ରକୁ ଗଠନ କରିବ ।
5. x ର କେଉଁ ମାନ ପାଇଁ C (x, 3) ବିନ୍ଦୁ, A (2, 4) ଓ B (3, 5) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ଠାରୁ ସମାନ ଦୂରରେ ରହିବ ?
6. P (2, y) ବିନ୍ଦୁ Q (–1, 2) ବିନ୍ଦୁ ଠାରୁ 5 ଏକକ ଦୂରରେ ରହିଲେ, y ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।
7. ଦର୍ଶାଅ ଯେ A (1, 4), B (–1, 6), C (2, 3) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକରେଖୀୟ ।
8. x ଅକ୍ଷ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସ୍ଥିର କର ଯାହା (5, 4) ଓ (–2, 3) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟଠାରୁ ସମଦୂରବର୍ତ୍ତୀ ହେବ ।
9. ଗୋଟିଏ ରେଖାଖଣ୍ଡର ଏକ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁ ଓ ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (3, 5) ଏବଂ (2, 1) ହେଲେ, ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଟିର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ସ୍ଥିର କର ।
10. x ଓ y ର କେଉଁ ମୂଲ୍ୟ ପାଇଁ (6, -2) ଓ (2, –4) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ଏବଂ (x, 1) ଓ (-2, y) ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟକୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡ ପରସ୍ପରକୁ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରିବେ ।
11. ଯଦି (5, 9) ବିନ୍ଦୁଟି, (7, -3) ଓ (4, k) କୁ ସଂଯୋଗ କରୁଥିବା ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ 2 : 1 ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରେ, ତେବେ k ର ମୂଲ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।
12. (h,5), (–4,k) ଓ (8,9) ବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ତ୍ରିଭୁଜର ଭରକେନ୍ଦ୍ରର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (–2, 6) ହେଲେ h ଓ k ର ମୂଲ୍ୟ ନିରୂପଣ କର ।
13. A ଓ B ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (1, 2) ଓ (5, -4) । $\overline{AB}$ ରେଖାଖଣ୍ଡ ଉପରେ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ସ୍ଥିର କର, ଯେପରି ବିନ୍ଦୁଟିର A ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଦୂରତା, B ବିନ୍ଦୁଠାରୁ ଦୂରତାର 3 ଗୁଣ ହେବ ।
14. ଗୋଟିଏ ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁମାନଙ୍କର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (1, –3), (2, –5) ଓ (x, 1) ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 4 ବର୍ଗ ଏକକ ହେଲେ, x ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।
15. (2, 3), (0, 5) ଓ (1, y) ସ୍ଥାନାଙ୍କ ବିଶିଷ୍ଟ ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିଲେ, y ର ମାନ ନିରୂପଣ କର ।

ଉତ୍ତର

1. A(–1, –2), B(5, –2) ଓ C(5, 6)

$\therefore \quad AB^2 = \{-2-(-2)\}^2 + \{5-(-1)\}^2 = (-2+2)^2 + (5+1)^2 = 0^2 + 6^2 = 36$

$BC^2 = \sqrt{\{6-(-2)\}^2 + (5-5)^2} = (6+2)^2 + 0^2 = 8^2 + 0^2 = 64$

$AC^2 = \{6-(-2)\}^2 + \{5-(-1)\}^2 = (6+2)^2 + (5+1)^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$

ଲକ୍ଷ୍ୟ କର ଏଠାରେ $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$\Rightarrow \Delta ABC$ ସମକୋଣୀ ଏବଂ ଏହାର $\angle B$ ସମକୋଣ ।

2. A (8, 9), B(–6, 1) ଓ C(0, –5)

$AB^2 = (1-9)^2 + (-6-8)^2 = (-8)^2 + (-14)^2 = 64 + 196 = 260$

$BC^2 = (-5-1)^2 + \{0-(-6)\}^2 = (-6)^2 + (6)^2 = 36 + 36 = 72$

$AC^2 = (-5-9)^2 + (0-8)^2 = (-14)^2 + (-8)^2 = 196 + 64 = 260$

ଏଠାରେ $AB^2 = AC^2 \Rightarrow AB = AC \Rightarrow \Delta ABC$ ସମଦ୍ୱିବାହୁ ।

3. ମନେକର A(3,–3), B (–3, 3) ଓ $C(3\sqrt{3}, 3\sqrt{3})$

$AB^2 = \{3-(-3)\}^2 + (-3-3)^2 = (3+3)^2 + (-6)^2 = 6^2 + (-6)^2 = 36 + 36 = 72$

$BC^2 = (3\sqrt{3}-3)^2 + \{3\sqrt{3} - (-3)\}^2 = (3\sqrt{3}-3)^2 + (3\sqrt{3}+3)^2$

$= 2\{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2\} = 2(27 + 9) = 2 \times 36 = 72$

$AC^2 = \{3\sqrt{3}-(-3)\}^2 + (3\sqrt{3}-3)^2 = (3\sqrt{3} + 3)^2 + (3\sqrt{3}-3)^2$

$= 2\{(3\sqrt{3})^2 + (3)^2\} = 2(27+9) = 2 \times 36 = 72$

ଏଠାରେ $AB^2 = BC^2 = AC^2 \Rightarrow AB = BC = AC \Rightarrow \Delta ABC$ ସମବାହୁ ।

4. ମନେକର A(–2, –1), B(1, 0), C(4, 3) ଓ D(1, 2)

$AB^2 = \{0-(-1)\}^2 + \{1-(-2)\}^2 = (1)^2 + (3)^2 = 1 + 9 = 10$

$BC^2 = (3-0)^2 + (4-1)^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$

$CD^2 = (2-3)^2 + (1-4)^2 = (-1)^2 + (-3)^2 = 1 + 9 = 10$

$AD^2 = \{2-(-1)\}^2 + \{1-(-2)\}^2 = 3^2 + 3^2 = 9 + 9 = 18$

ଏଠାରେ $AB^2 = CD^2$ ଏବଂ $BC^2 = AD^2 \Rightarrow AB = CD$ ଏବଂ $BC = AD$

$\Rightarrow$ ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜଟି ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

5. A (2, 4), B (3, 5) ଓ C (x, 3)

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $CA = CB \Rightarrow CA^2 = CB^2$

$\Rightarrow (3-4)^2 + (x-2)^2 = (3-5)^2 + (x-3)^2$

$= (-1)^2 + x^2 + 4 - 4x = (-2)^2 + x^2 - 6x + 9$

$\Rightarrow 5 - 4x = 13 - 6x \Rightarrow 6x - 4x = 13 - 5 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$

$\therefore$ x ର ମାନ 4 ପାଇଁ C ବିନ୍ଦୁଟି A ଓ B ଠାରୁ ସମାନ ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥାନ କରିବ ।

6. P (2, y) ଏବଂ Q (–1, 2)

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $PQ = 5 \Rightarrow PQ^2 = 25$

$\Rightarrow (2-y)^2 + (-1-2)^2 = 25 \Rightarrow 4 - 4y + y^2 + 9 = 25 \Rightarrow y^2 - 4y + 13 - 25 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 4y - 12 = 0 \Rightarrow y^2 - 6y + 2y - 12 = 0$

$\Rightarrow y(y-6) + 2(y-6) = 0 \Rightarrow (y-6) + (y+2) = 0$

$\Rightarrow y - 6 = 0$ ଅଥବା $y + 2 = 0 \Rightarrow y = 6$ ବା $y = -2$

$\therefore$ y ର ମାନ 6 ବା –2 ପାଇଁ PQ = 5 **ଏକକ ହେବ ।**

7. A (1, 4), B (–1, 6) ଓ C (2, 3)

$AB^2 = (6-4)^2 + (-1-1)^2 = 2^2 + (-2)^2 = 4 + 4 = 8 \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$

$BC^2 = (3-6)^2 + \{2-(-1)\}^2 = (-3)^2 + (3)^2 = 9 + 9 = 18 \therefore BC = 3\sqrt{2}$

$AC^2 = (3-4)^2 + (2-1)^2 = (-1)^2 + (1)^2 = 1 + 1 = 2 \therefore AC = \sqrt{2}$

ଏଠାରେ $BC = AB + AC \Rightarrow B - A - C \Rightarrow$ B, A, C ଏକରେଖୀୟ ।

8. ମନେକର x- ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ P ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, 0) ଏବଂ A(5,4) ଓ B(–2, 3)

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $PA = PB \Rightarrow PA^2 = PB^2$

$\Rightarrow (4-0)^2 + (5-x)^2 = (3-0)^2 + (-2-x)^2$

$\Rightarrow 16 + 25 + x^2 - 10x = 9 + 4 + x^2 + 4x$

$\Rightarrow 41 - 10x = 13 + 4x \Rightarrow 41 - 13 = 4x + 10x \Rightarrow 28 = 14x \Rightarrow x = 2$

∴ x- ଅକ୍ଷ ଉପରିସ୍ଥ ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (2,0)

9. ଏକ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{PQ}$ ର P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (3, 5) ଏବଂ ମନେକର Q ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, y)

$\overline{PQ}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ R(2, 1)

$\therefore \frac{3+x}{2} = 2$ ଏବଂ $\frac{5+y}{2} = 1 \Rightarrow 3 + x = 4$ ଏବଂ $5 + y = 2 \Rightarrow x = 1$ ଏବଂ $y = -3$

∴ ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (1, –3)

10. ମନେକର $\overline{PQ}$ ଓ $\overline{RS}$ ପରସ୍ପରକୁ m ବିନ୍ଦୁରେ ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡ କରନ୍ତି ।

P(6, –2) ଓ Q(2,–4) ଏବଂ R(x,1) ଓ S(–2,y)

$\overline{PQ}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ m ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\frac{6+2}{2}, \frac{-2-y}{2}\right)$ ବା (4, –3)

ପୁନଶ୍ଚ $\overline{RS}$ ର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ m ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $\left(\frac{x-2}{2}, \frac{1+y}{2}\right)$

$\therefore \frac{x-2}{2} = 4$ ଏବଂ $\frac{1+y}{2} = -3 \Rightarrow x - 2 = 8$ ଏବଂ $1 + y = -6 \Rightarrow x = 10$ ଏବଂ $y = -7$

11. ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x, y) = (5, 9)

ଏଠାରେ $(x_1, y_1) = (7, -3), (x_2, y_2) = (4, k)$ ଏବଂ m : n = 2 : 1 $\quad \because y = \frac{my_2 + ny_1}{m+n}$

$\therefore 9 = \frac{2 \times k + 1 \times (-3)}{2+1} = \frac{2k-3}{3}; \Rightarrow 27 = 2k - 3 \Rightarrow 2k = 30 \Rightarrow k = 15$

12. ମନେକର Δ ABC ର A(h,5), B (–4, k) ଓ c(8,9)

Δ ABC ର ଭରକେନ୍ଦ୍ର (x, y)ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (–2, 6)

$-2 = \frac{h+(-4)+8}{3}$ ଏବଂ $6 = \frac{5+k+9}{3} \Rightarrow h+4=-6$ ଏବଂ $14+k=18$

$\Rightarrow h=-10$ ଏବଂ $k=4$

[$\because$ ଭରକେନ୍ଦ୍ରର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $(x,y) = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$]

13. $\overline{AB}$ ର ପ୍ରାନ୍ତବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନାଙ୍କ A(1,2) ଓ B(5,–4)

ମନେକର $\overline{AB}$ ଉପରିସ୍ଥ P ଏକ ବିନ୍ଦୁ ଯାହାର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (x,y)

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $AP = 3BP \Rightarrow AP : BP = 3 : 1$

$\therefore x = \frac{3 \times 5 + 1 \times 1}{3+1}$ ଏବଂ $y = \frac{3 \times (-4) + 1(2)}{3+1} \Rightarrow x = \frac{16}{4} = 4$ ଏବଂ $y = \frac{-10}{4} = \frac{-5}{2}$

$\therefore$ P ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $(x,y) = (4, \frac{-5}{2})$

14. ତ୍ରିଭୁଜର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁତ୍ରୟର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (1, –3), (2, –5) ଓ (x, 1) ଏବଂ କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = 4 ବର୍ଗ ଏକକ

ଏଠାରେ ମନେକର $(x_1, y_1) = (1, -3)$, $(x_2, y_2) = (2, -5)$ ଓ $(x_3, y_3) = (x,1)$

$\therefore$ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} | x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) |$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, $4 = \frac{1}{2} | 1(-5-1) + 2(1+3) + x(-3+5) |$

$\Rightarrow 8 = | 1 \times (-6) + 2 \times 4 + x(2) |$

$\Rightarrow 8 = | -6 + 8 + 2x | \Rightarrow 2x + 2 = 8 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

15. ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟର ସ୍ଥାନାଙ୍କ (2, 3), (0, 5) ଓ (1, y) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ରହିବେ ଯଦି କେବଳ ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟ ଦ୍ୱାରା ଗଠିତ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 0 ହେବ ।

ଏଠାରେ ମନେକର $(x_1, y_1) = (2, 3)$, $(x_2, y_2) = (0, 5)$ ଓ $(x_3, y_3) = (1,y)$

$\therefore$ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{1}{2} | x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) |$

$\therefore \frac{1}{2} | 2(5-y) + 0(y-3) + 1(3-5) | = 0$

$\Rightarrow \frac{1}{2} | 2(5-y) + 0 + 1(-2) | = 0 \Rightarrow 5 - y - 1 = 0 \Rightarrow y = 4$

=====

ସପ୍ତମ ଅଧ୍ୟାୟ

ସଡ଼କ ସୁରକ୍ଷା ଶିକ୍ଷା

(ROAD SAFETY EDUCATION)

ମୁଖ୍ୟ ବିଷୟବସ୍ତୁ :

1. ମୂଳକଥା :

ପ୍ରତିଦିନ ଆମ ଦେଶରେ ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣା ସଂଖ୍ୟା ବଢ଼ିବଢ଼ି ଚାଲିଛି । ଏଥି ଯୋଗୁଁ ଅନେକ ମୂଲ୍ୟବାନ ଧନଜୀବନ ନଷ୍ଟ ହୋଇ ବହୁ ପରିବାର ଛାରଖାର ହୋଇଯାଉଛି । ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣାର ପ୍ରଧାନ କାରଣ ଗୁଡ଼ିକ ହେଲା -

(i) ଟ୍ରାଫିକ୍ ନିୟମ ପାଳନ ନକରି ବେପରୁଆ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇବା ।

(ii) ନିଶାସକ୍ତ ହୋଇ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇବା ।

(iii) ଦ୍ରୁତ ଗତିରେ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇବା ।

(iv) ବିନା ହେଲ୍‌ମେଟ୍‌ରେ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇବା ଇତ୍ୟାଦି ।

ସଡ଼କ ସୁରକ୍ଷା ସକାଶେ ଆମର ଆଲୋଚ୍ୟ ବିଷୟଗୁଡ଼ିକ ହେଲା -

କ) ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି

ଖ) ପରିସଂଖ୍ୟାନର ପ୍ରୟୋଗ

ଗ) ତ୍ରିକୋଣମିତିର ପ୍ରୟୋଗ

ଘ) ଦୁଇ ଚଳରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ୟା

ଦୁର୍ଘଟଣାର ହାର କମାଇବା ପାଇଁ ସରକାର ନିକଟରେ କଡ଼ା ପଦକ୍ଷେପ ନେଇଛନ୍ତି । ପୂର୍ବ ଅପେକ୍ଷା ଟ୍ରାଫିକ୍ ଜୋରିମାନା ଅଧିକ ବୃଦ୍ଧି କରାଯାଇଛି ।

ଯେତେବେଳେ ଗୋଟିଏ ଯାନ ସଡ଼କ ପଥରେ ଗୋଟିଏ ସ୍ଥାନରୁ ଅନ୍ୟ ଏକ ସ୍ଥାନକୁ ଅତିକ୍ରମ କରେ, ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତଗୁଡ଼ିକ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ଓ ସେଗୁଡ଼ିକୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବାର ସମୟକୁ ନେଇ ସମାନ୍ତର ଅନୁକ୍ରମ ସମ୍ପର୍କିତ ସମସ୍ୟା ସୃଷ୍ଟି ହୁଏ । ପୂର୍ବରୁ ପଢ଼ିଥିବା ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତିର ସୂତ୍ର ବ୍ୟବହାର କରି ସେ ସମସ୍ୟାର ସମାଧାନ ସହଜରେ କରିପାରିବା ।

ବିଭିନ୍ନ ପ୍ରଦୂଷଣ ବିଷୟକ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରି ଓ ତାର ପରିସଂଖ୍ୟାନ ଭିତ୍ତିକ ଲେଖଚିତ୍ର ଯଥା ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ ଓ ବୃତ୍ତଲେଖ ଆଦି ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତାହା ମାଧ୍ୟମରେ ଜନ ସଚେତନତା ସୃଷ୍ଟି କରିପାରିବା ।

ଗୋଟିଏ ଯାନର ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା, ବେଗକ୍ଷୟ ଦୂରତା ଜଣା ଥିଲେ ଗତି ବିଜ୍ଞାନର ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ଓ ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ସହଜରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କରିପାରିବା ।

ବଡ଼ ବଡ଼ ଅଟ୍ଟାଳିକା ବା ଟାୱାର ଉପରେ ଆଲୋକ ଓ CCTV ବ୍ୟବସ୍ଥା କରାଯାଇଥାଏ । ତ୍ରିକୋଣମିତିରେ ଥିବା ଉଚ୍ଚତା ଓ ଦୂରତା ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ ପାଠକୁ ଟ୍ରାଫିକ୍ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ ବିଭିନ୍ନ ସମସ୍ୟା ସମାଧାନରେ ବ୍ୟବହାର କରିପାରିବା । ଏହିପରି ସଡ଼କ ସୁରକ୍ଷା ସହ ସମ୍ପର୍କିତ ବିଭିନ୍ନ ସମସ୍ୟାକୁ ଆମେ ଜାଣିଥିବା ବିଭିନ୍ନ ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗରେ ସମାଧାନ କରିପାରିବା ।

2. କେତୋଟି ଗାଣିତିକ ସୂତ୍ର :

a) A.P. ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ସୂତ୍ର :

i) A.P. ପ୍ରଥମ ପଦ a ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର d ଓ ପଦ ସଂଖ୍ୟା n ହେଲେ n ତମ ପଦ $t_n = a + (n - 1)d$ ।

ii) n ସଂଖକ ପଦର ସମଷ୍ଟି $S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n - 1)d\}$

b) ବେଗ ସମ୍ବନ୍ଧୀୟ କେତେକ ସମୀକରଣ :

i) $v = u + at$

ii) $v^2 = u^2 + 2as$

iii) $S = ut + \frac{1}{2}at^2$

u = ବସ୍ତୁର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବେଗ, v = ଅନ୍ତିମ ବେଗ, t = ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ସମୟ, S = ଅତିକ୍ରାନ୍ତ ଦୂରତା, a = ତ୍ୱରଣ

c) ଦୁଇ ଚଳରାଶି ବିଶିଷ୍ଟ ସମସ୍ୟା ସମ୍ପର୍କିତ ସୂତ୍ର :

i) ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା + ବେଗ କ୍ଷୟ ଦୂରତା = ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା

ii) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା = ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ସମୟ × ପିଛା କରିବା ଦୂରତା

ଉଦାହରଣ - 1 : ରମେଶ ଏକ ସଡ଼କରେ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇ ଗଲାବେଳେ ପ୍ରଥମ, ଦ୍ୱିତୀୟ ଓ ତୃତୀୟ ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌କୁ ଯଥାକ୍ରମେ 5, 12 ଓ 19 ସେକେଣ୍ଡରେ ଅତିକ୍ରମ କଲା । ଏହିପରି କ୍ରମରେ ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌କୁ ଅତିକ୍ରମ କରି ଚାଲିଲେ, 89 ସେକେଣ୍ଡରେ କେଉଁ ନମ୍ବର ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌କୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବ ?

ଉତ୍ତର : ଦତ୍ତ ସମୟଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ବିଶିଷ୍ଟ ଯଥା 5, 12, 19 .... । ଏଠାରେ $a = 5, d = 12 - 5 = 7$

ମନେକର 89 ସେକେଣ୍ଡରେ ରମେଶ n ତମ ଟ୍ରଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌କୁ ଅତିକ୍ରମ କରେ ।

ଏହାର n ତମ ପଦ = $t_n = 89$

ତେଣୁ $t_n = a + (n - 1)d$

$\Rightarrow 89 = 5 + (n - 1)7$

$\Rightarrow 89 = 5 + 7n - 7$

$\Rightarrow 7n = 91 \Rightarrow n = 13$

$\therefore$ ରମେଶ 89 ସେକେଣ୍ଡରେ 13 ଟି ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍ ଅତିକ୍ରମ କରିବ । (ଉ)

ଉଦାହରଣ - 2 : କୌଣସି ସଡ଼କ ଉପରେ ଲଗାଯାଇଥିବା ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ଦୂରତା ଏକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ବିଶିଷ୍ଟ । ଯଦି ତୃତୀୟ ଲାଇଟ୍‌ର ଦୂରତା 1500 ମିଟର ଏବଂ ଅଷ୍ଟମ ଲାଇଟ୍‌ର ଦୂରତା 3000 ମିଟର ହୁଏ, ତେବେ

15ତମ ଲାଇଟ୍‌ର ଦୂରତା କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଉତ୍ତର – ସମାନ୍ତର ଶ୍ରେଣୀର n ତମ ପଦ

$t_n = a + (n - 1)d$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $t_3 = 1500$ ଏବଂ $t_8 = 3000$

$a + (3 - 1)d = 1500 \Rightarrow a + 2d = 1500$ .... (i)

ଏବଂ $a + (8 - 1)d = 3000 \Rightarrow a + 7d = 3000$ .... (ii)

(ii) ରୁ (i) କୁ ବିୟୋଗ କଲେ, $5d = 1500 \Rightarrow d = 300$

'd' ର ମୂଲ୍ୟକୁ (i) ରେ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ,

$a + 2 \times 300 = 1500 \Rightarrow a = 900$

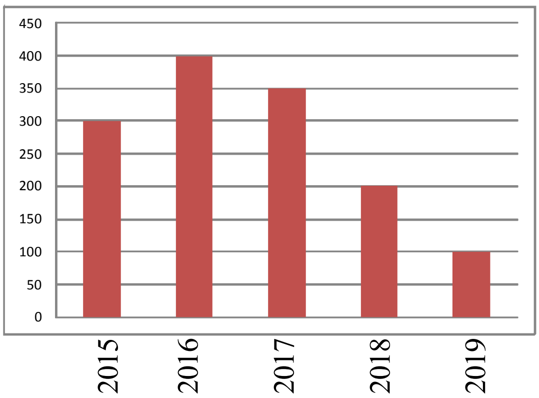
$\therefore$ 15 ତମ ଲାଇଟର ଦୂରତା :

$t_{15} = a + (15 - 1)d = 900 + 14 \times 300 = 5100$ ମିଟର ।

ଉଦାହରଣ – 3 : ଦତ୍ତ ସ୍ତମ୍ଭଲେଖଟି କୌଣସି ଏକ ସହରର ବିଗତ ବର୍ଷମାନଙ୍କରେ ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମୃତ୍ୟୁବରଣ କରିବା ଲୋକସଂଖ୍ୟା ବ୍ୟକ୍ତ କରୁଛି ।

(a) 2015-2016 ମଧ୍ୟରେ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମୃତ୍ୟୁବରଣ କରିଥିବା ଲୋକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାରେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ବା ହ୍ରାସ ହୋଇଛି ?

(b) 2016-2018 ମଧ୍ୟରେ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମୃତ୍ୟୁବରଣ କରିଥିବା ଲୋକଙ୍କ ସଂଖ୍ୟାରେ ଶତକଡ଼ା କେତେ ବୃଦ୍ଧି ବା ହ୍ରାସ ହୋଇଛି ?



ଉତ୍ତର : (a) 2015 ରେ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା = 300

2016 ରେ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା = 400

ବୃଦ୍ଧି = 400 – 300 = 100

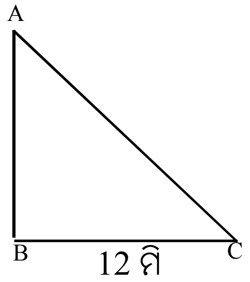
ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି ବା ବୃଦ୍ଧିହାର = $\frac{100}{300} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$

(b) 2016 ରେ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା = 400, 2018 ରେ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା = 200

ହ୍ରାସ = 400 – 200 = 200

ହ୍ରାସ ହାର = $\frac{200}{400} \times 100 = 50\%$

ଉଦାହରଣ – 4 : ଏକ ଚାରିଛକ ପାଖରେ ଏକ ଖମ୍ବର ଶୀର୍ଷ ଦେଶରେ ଏକ CCTV କ୍ୟାମେରା ଲାଗିଛି । ଉକ୍ତ କ୍ୟାମେରାରୁ ସଡ଼କ ଉପରେ ଥିବା ଏକ କାର୍‌ର କୌଣସି ଅବନତି 45^0 । ଖମ୍ବର ପାଦଦେଶକୁ କାର୍‌ଟିର ଦୂରତ୍ୱ 12 ମିଟର ହେଲେ ଖମ୍ବର ଉଚ୍ଚତା କେତେ ?



ଉତ୍ତର – ଚିତ୍ରାନୁସାରେ $\frac{h}{12} = \tan 45^0$

$\Rightarrow \frac{h}{12} = 1 \Rightarrow h = 12$ ମିଟର

$\therefore$ ଖମ୍ବର ଉଚ୍ଚତା 12 ମିଟର ।

ଉଦାହରଣ – 5: ଗୋଟିଏ କାର୍‌ର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତିବେଗ 50 କି.ମି. । ଯଦି ସ୍ଥିରତାକୁ ଆସିବାର ଦୂରତା 40 ମିଟର ଓ ମନ୍ଦନ 4.4 ମି / $(\text{ସେକେଣ୍ଡ})^2$ ହୁଏ ତେବେ କାରଟି କେତେ ସମୟ ପରେ ସ୍ଥିର ହେବ ?

ଉତ୍ତର ; କାର୍‌ର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବେଗ = 50 କି.ମି. / ଘଣ୍ଟା = $\frac{50000}{3600}$ ମି. / ସେ = $\frac{125}{9}$ ମିଟର / ସେକେଣ୍ଡ

ସ୍ଥିରତାକୁ ଆସିବାର ଦୂରତା $s = 40$ ମିଟର

ମନ୍ଦନ 4.4 ମି / $(\text{ସେକେଣ୍ଡ})^2$ $\Rightarrow a = -4.4$ ମିଟର / $(\text{ସେକେଣ୍ଡ})^2$

ବେଗର ପ୍ରଥମ ସମୀକରଣ : $v = u + at$: (v = ଅନ୍ତିମ ବେଗ, ସ୍ଥିରତା ସମୟରେ $v = 0$)

$\Rightarrow 0 = \frac{125}{9} - 4.4t \Rightarrow 4.4t = \frac{125}{9} \Rightarrow t = \frac{125}{4.4 \times 9} \Rightarrow t = 3.16$ ସେକେଣ୍ଡ

$\therefore$ କାର୍ ସ୍ଥିର ହେବାପାଇଁ 3.16 ସେକେଣ୍ଡ ଲାଗିବ ।

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ (ପ୍ରତ୍ୟେକ ପ୍ରଶ୍ନର ମୂଲ୍ୟ 1 ନମ୍ବର)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର ।

(i) ବିନା ହେଲ୍‌ମେଟ୍‌ରେ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(ii) ସିଟ୍ ବେଲ୍ଟ ନ ବାନ୍ଧିଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(iii) ଟ୍ରାଫିକ୍ ସିଗ୍‌ନାଲ ନ ମାନିଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(iv) ବିନା ଲାଇସେନ୍ସରେ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(v) ନିଶାସକ୍ତ ହୋଇ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(vi) ମୋବାଇଲରେ କଥା ହୋଇ ଗାଡ଼ି ଚଳାଇଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(vii) ଆମ୍ବୁଲାନ୍ସକୁ ରାସ୍ତା ନ ଛାଡ଼ିଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(viii) ବାଇକ୍‌ରେ ୩ଜଣ ବସି ଗଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା ।

(ix) ନୂଆ ଗାଡ଼ି ପାଇଁ ପ୍ରଦୂଷଣ ସାର୍ଟିଫିକେଟ୍‌ର ବୈଧତା ସମୟ ---- ।

(x) ପୁରାଣା ଗାଡ଼ି ପାଇଁ ପ୍ରଦୂଷଣ ସାର୍ଟିଫିକେଟ୍‌ର ବୈଧତା ସମୟ ---- ।

(xi) ପ୍ରଥମ ଥର ପାଇଁ ପ୍ରଦୂଷଣ ପ୍ରମାଣ ପତ୍ର ବିନା ଗାଡ଼ି ଚଳାଇଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା କିମ୍ବା ଜେଲ୍ ଦଣ୍ଡ ----- ମାସ ।

(xii) ଦ୍ୱିତୀୟ ଥର ଖିଲାପ କରି ପ୍ରଦୂଷଣ ପ୍ରମାଣ ପତ୍ର ବିନା ଗାଡ଼ି ଚଳାଇଲେ ଜୋରିମାନା ରାଶି ---- ଟଙ୍କା କିମ୍ବା ---- ମାସ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଜେଲ ଦଣ୍ଡର ବ୍ୟବସ୍ଥା ଅଛି ।

(xiii) ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା + ---- = ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ।

(xiv) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା = ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ସମୟ × ---- ।

(xv) ---- ମସିହାରେ ଭାରତ ସରକାରଙ୍କ ମୋଟର ଯାନ ଆଇନ୍ ପ୍ରଣୀତ ହୋଇଥିଲା ।

(xvi) ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ଓ ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମ୍ପର୍କ ଏକ ---- ଚଳନ ।

(xvii) ପେଟ୍ରୋଲ୍, ଡିଜେଲ୍ ବଦଳରେ ---- ର ବ୍ୟବହାର ପାଇଁ ସରକାର ପଦକ୍ଷେପ ନେବା ପ୍ରଦୂଷଣ ହ୍ରାସରେ ସହାୟକ ହୋଇପାରିଛି ।

(xviii) ଆଗରେ ଯାଉଥିବା ଯାନକୁ ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ସାଧାରଣତଃ ---- ରେ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ କରାଯାଏ ।

(xix) ଟ୍ରାଫିକ୍ ନିୟମ ଖିଲାପକାରୀ ---- କ୍ୟାମେରା ଦ୍ୱାରା ଧରାପଡ଼ନ୍ତି ।

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ ।

(i) ଚାଳକ ସମ୍ମୁଖରେ ବିପଦକୁ ଦେଖିବା ଓ ବ୍ରେକ୍ ଦେବା ମଧ୍ୟରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତାକୁ କ'ଣ କୁହାଯାଏ ?

(ii) ଏକ ସରଳ ରୈଖିକ ପଥ, ଯାହା ଦ୍ୱାରା ଦର୍ଶକର ଅବାଧ ଦର୍ଶନ ସମ୍ଭବ ତାହାକୁ କ'ଣ କୁହାଯାଏ ?

(iii) ଭାରତ ସରକାରଙ୍କ ମୋଟର ଯାନ ଆଇନ୍ କେବେ ପ୍ରଣିତ ହୋଇଥିଲା ?

(iv) Online ପ୍ରଦୂଷଣ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ ପ୍ରମାଣ ପତ୍ର ଦିଆଯିବା କାର୍ଯ୍ୟକ୍ରମ କେବେ ଠାରୁ ଗ୍ରହଣ କରାଯାଇଛି ?

(v) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ଓ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ସମୟ ମଧ୍ୟରୁ କେଉଁଟି ବଢ଼ିଲେ ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ବଢ଼ିଥାଏ ?

(vi) ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ଓ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କି ପ୍ରକାର ଚଳନ ?

(vii) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ଓ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା ମଧ୍ୟରେ ସମ୍ପର୍କ କି ପ୍ରକାର ଚଳନ ?

(viii) 1 ଠାରୁ n ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ସମସ୍ତ ଗଣନ ସଂଖ୍ୟା ମାନଙ୍କର ସମଷ୍ଟି କେତେ ?

(ix) ଆଗରେ ଯାଉଥିବା ଯାନକୁ ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ସାଧାରଣତଃ ଏକକରେ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ କରାଯାଏ ।

(x) ଚାଳକ ବ୍ରେକ୍ ଦେବା ଏବଂ ଯାନଟି ସ୍ଥିର ଅବସ୍ଥାକୁ ଆସିବା ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ଯାନଟି ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତାକୁ କ'ଣ କୁହାଯାଏ ?

3. ନିମ୍ନ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକୁ ସମାଧାନ କର ।

(i) 30 କି.ମି. / ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଯାଉଥିବା ଏକ ମୋଟର ସାଇକେଲ୍‌ର ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା 18 ମି., ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା 9 ମିଟର ହେଲେ ପିଛାକରିବା ଦୂରତା କେତେ ?

(ii) 60 କି.ମି. / ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଯାଉଥିବା ଏକ ଯାନର ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା 54 ମି., ପିଛା କରିବା ସମୟ 3 ସେକେଣ୍ଡ ହେଲେ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା କେତେ ମିଟର ?

(iii) 90 କି.ମି. / ଘଣ୍ଟା ବେଗରେ ଯାଉଥିବା ଏକ କାର୍‌ର ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା 27 ମି., ପିଛା କରିବା ସମୟ 4 ସେକେଣ୍ଡ ହେଲେ ଏହାର ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା କେତେ ?

(iv) ସୂର୍ଯ୍ୟର କୌଣିକ ଉନ୍ନତିର ପରିମାଣ 60^0 ବେଳେ ଗୋଟିଏ ଗଛର ଛାଇର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 16 ମିଟର ଥିଲା ଗଛର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(v) 18 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ବତୀଘରର ଶୀର୍ଷରୁ ଏକ ଜାହାଜର କୌଣସି ଅବନତିର ପରିମାଣ 30^0 ହେଲେ , ବତୀଘର ଠାରୁ ଜାହାଜର ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(vi) ଏକ ସିଡ଼ି ଏକ କାନ୍ଥର ଶୀର୍ଷକୁ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛି । ସିଡ଼ିର ପାର୍ଶ୍ୱ ଦେଶରୁ କାନ୍ଥର ଦୂରତା 3 ମିଟର । ସିଡ଼ିଟି ଭୂମି ସହ 60^0 ରେ ଆନତ ହେଲେ ସିଡ଼ିର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(vii) 12 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭ ଉପରେ . କ୍ୟାମେରା ଖଞ୍ଜା ଯାଇଛି । ସମ୍ମୁଖରୁ ଆସୁଥିବା ଏକ କାର୍‌ର କୌଣିକ ଅବନତି 30^0 ସମୟରେ ଏହା କ୍ୟାମେରାରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଦୃଶ୍ୟମାନ ହେବା ଅଦୃଶ୍ୟ ହୋଇଗଲା । ତେବେ ଦୃଷ୍ଟିରେଖାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ?

(viii) ଟ୍ରାଫିକ୍ ପୋଷ୍ଟରେ ଲାଗିଥିବା CCTV କ୍ୟାମେରା ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା 8 ମି. । 10 ମି ଦୃଷ୍ଟିରେଖା ଆଗକୁ ଚଳାଚଳ କରୁଥିବା ଯାନବାହାନ ଏଥିରେ ସ୍ପଷ୍ଟ ଦେଖାଯାଏ । ସ୍ତମ୍ଭତଳେ ଥିବା ସବୁଜ ବଳୟର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ କେତେ ?

4.(a) 'କ' ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ 'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭର ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର ।

'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
(i) ବିନା ହେଲ୍‌ମେଟ୍‌ରେ ଗାଡ଼ି ଚାଳନା	(a) 12 ମାସ
(ii) ନୂଆ ଗାଡ଼ିର PUC ର ବୈଧତା	(b) 2000 ଟଙ୍କା ଜୋରିମାନା
(iii) ବିନା PUC ରେ ଗାଡ଼ି ଚାଳନା	(c) 1000 ଟଙ୍କା ଜୋରିମାନା
(iv) ପୁରୁଣା ଗାଡ଼ିର PUC ର ବୈଧତା	(d) 5000 ଟଙ୍କା ଜୋରିମାନା
(v) ଟ୍ରାଫିକ୍ ସିଗ୍‌ନାଲ ନ ମାନିବା	(e) 6 ମାସ
	(f) 4000 ଟଙ୍କା ଜୋରିମାନା

(b).

'କ' ସ୍ତମ୍ଭ	'ଖ' ସ୍ତମ୍ଭ
(i) ମୋଟର ଯାନ ଆଇନ୍	(a) ପ୍ରଦୂଷଣ ବୃଦ୍ଧି
(ii) ପେଟ୍ରୋଲ୍, ଡିଜେଲ୍ ବ୍ୟବହାର	(b) 1989 ମସିହା
(iii) Online ପ୍ରଦୂଷଣ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ ପ୍ରମାଣ ପତ୍ର	(c) ପ୍ରଦୂଷଣ ହ୍ରାସ
(iv) ଟ୍ରାଫିକ୍ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ	(d) 2019 ମସିହା
(v) ସୌରଶକ୍ତି ଚାଳିତ ଯାନର ବ୍ୟବହାର	(e) Pinhole କ୍ୟାମେରା
	(f) CCTV କ୍ୟାମେରା

5. ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ T ଓ ଭୁଲ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ F ଲେଖ ।

(i) ପେଟ୍ରୋଲ୍, ଡିଜେଲ୍ ବଦଳରେ CNG ର ବ୍ୟବହାର ପ୍ରଦୂଷଣ ବୃଦ୍ଧି କରେ । ☐

(ii) ନୂତନ ଗାଡ଼ି ପାଇଁ PUC ବା ପ୍ରଦୂଷଣ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ ପ୍ରମାଣ ପତ୍ରର ବୈଧତା 12 ମାସ । ☐

(iii) ପୁରୁଣା ଗାଡ଼ି ପାଇଁ ପ୍ରଦୂଷଣ ନିୟନ୍ତ୍ରଣ ପ୍ରମାଣ ପତ୍ରର ବୈଧତା 8 ମାସ । ☐

(iv) ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା, ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର । ☐

(v) ପିଛା କରିବା ଦୂରତା, ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ଠାରୁ କ୍ଷୁଦ୍ରତର । ☐

(vi) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା, ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା ଓ ବେଗ କ୍ଷୟ ଦୂରତାର ଗୁଣଫଳ । ☐

(vii) ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା + ବେଗ କ୍ଷୟ ଦୂରତା = ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା × ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ☐

(viii) ପିଛା କରିବା ଦୂରତାକୁ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା ଓ ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ଦ୍ୱାରା ହିସାବ କରିହେବ । ☐

(ix) ମନ୍ଦିତ ବେଗରେ ଯାନର ବେଗ ବଢ଼ିଥାଏ । ☐

(x) ବେଗକ୍ଷୟ ଦୂରତା ଶୂନ ହେଲେ, ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା ଓ ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ସମାନ ହେବ । ☐

ଉତ୍ତର

1. i) 1000 ii) 1000 iii) 5000 iv) 5000 v) 10000 vi) 10000 vii) 10000 viii) 5000 ix) 1 ବର୍ଷ x) 6 ମାସ xi) 2000, 3 ମାସ xii) 4000, 4 ମାସ xiii) ବେଗକ୍ଷୟ ଦୂରତା xiv) ପିଛା କରିବା ଦୂରତା xv) 1989 xvi) ସଳଖ xvii) CNG xviii) ସେକେଣ୍ଡ xix) CCTV

2. i) ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା ii) ଦୃଷ୍ଟିରେଖା iii) 1989 ମସିହା iv) ଅକ୍ଟୋବର 1, 2019 v) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା vi) ପ୍ରତିଲୋମୀ ଚଳନ vii) ସଳଖ ଚଳନ viii) $\frac{n(n+1)}{2}$ ix) ସେକେଣ୍ଡ x) ବେଗକ୍ଷୟ ଦୂରତା xi) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦ୍ୱାରା xii) ପିଛା କରିବା ଦୂରତା ।

3. i) 2 ସେକେଣ୍ଡ ii) 18 ମିଟର iii)108 ମି. iv) $16\sqrt{2}$ ମି. v) $18\sqrt{2}$ ମି. vi) 6 ମି. vii) 24 ମି.

viii) 36 ବର୍ଗ ମି. ।

4. a. i) → (c) ii) → (a) iii) → (b) iv) → (e) v) → (d)

b. i) → (b) ii) → (a) iii) → (d) iv) → (f) v) → (c)

5. i) F ii) T iii) F iv) F v) T vi) F vii) T viii) T ix) F x) T

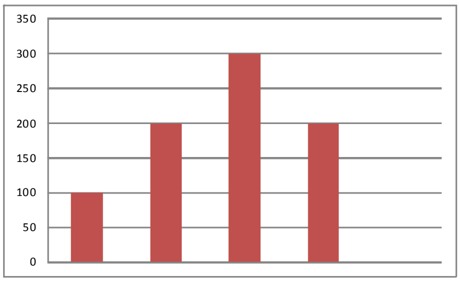
ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ

1. ଏକ କି.ମି. ବ୍ୟବଧାନରେ ଗୋଟିଏ ସଡ଼କରେ ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତ ସବୁ ରହିଛି । ଏକ କାର୍ 15 ମିନିଟ୍‌ରେ 15 ଟି ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତକୁ ଅତିକ୍ରମ କଲା । କାରର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ କେତେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2. ଏକ ଟ୍ରକ୍ ରାସ୍ତାରେ ଥିବା ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌କୁ 15 ମିନିଟ୍, 20 ମିନିଟ୍, 30 ମିନିଟ୍ କ୍ରମରେ ଅତିକ୍ରମ କଲା । 15ଟି ଲାଇଟ୍‌କୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବାକୁ ଟ୍ରକ୍‌କୁ କେତେ ସମୟ ଲାଗିଥିବ ?

3. ଏକ ସଡ଼କରେ ଲାଗିଥିବା LED ଲାଇଟ୍ ପୋଷ୍ଟ ଗୁଡ଼ିକର ଯାତ୍ରା ଆରମ୍ଭ ସ୍ଥାନରୁ ଦୂରତା ଏକ ସମାନ୍ତର ଶ୍ରେଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ । 5 ଲାଇଟ୍ ପୋଷ୍ଟର ଦୂରତା 45 କି.ମି. ଓ 8 ମ ଲାଇଟ୍ ପୋଷ୍ଟର ଦୂରତା 75 କି.ମି. । 10 ଟି ଲାଇଟ୍ ପୋଷ୍ଟପାର ହେବାକୁ ଯଦି ଏକ ବସ୍ 2 ଘଣ୍ଟ ସମୟ ନିଏ, ତେବେ ବସ୍‌ର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. ଦତ୍ତ ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖରେ କୌଣସି ସହରର ବିଗତ ବର୍ଷମାନଙ୍କରେ ସଡକ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମୃତ୍ୟୁବରଣ କରିଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଦିଆଯାଇଛି ।



(a) 2014-15 ବର୍ଷରେ ମୃତ୍ୟୁର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ହାର କେତେ ?

(b) 2016-17 ବର୍ଷରେ ମୃତ୍ୟୁର ଅଭିବୃଦ୍ଧି ବା ହ୍ରାସ ହାର କେତେ ?

5. ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ 2018 ମସିହାରେ କୌଣସି ସହରର ବିଭିନ୍ନ କାରଣରୁ ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମରିଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା ଡିଗ୍ରୀରେ ଦିଆଯାଇଛି । ଯଦି ସେହି ବର୍ଷ ସହରଟିରେ ମୋଟ 72000 ଲୋକ ମରିଥାନ୍ତି ତେବେ

(a) ମଦ୍ୟପାନ ଜନିତ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(b) ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କାରଣରୁ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(c) ବିନା ହେଲମେଟ୍ ଯୋଗୁଁ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

6. ଏକ ବସ୍‌ଷ୍ଟାଣ୍ଡରେ ଏକ ଖମ୍ବ ଉପରେ CCTV କ୍ୟାମେରାଟିଏ ଲଗାଯାଇଛି । ଖମ୍ବର ପାଦଦେଶରୁ 30 ମିଟର ଦୂରସ୍ଥ ପ୍ଲାଟଫର୍ମର ଏକ ବିନ୍ଦୁଠାରେ CCTV କ୍ୟାମେରାର କୌଣସି ଉନ୍ନତି 60^0 ହେଲେ ଖମ୍ବର ଉଚ୍ଚତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

7. ଏକ ଚାରିଛକି ଉପରେ 10 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ଖମ୍ବ ଉପରେ ଏକ CCTV କ୍ୟାମେରା ଲଗାଯାଇଛି । ଗୋଟିଏ କାର୍ ଉକ୍ତ ଖମ୍ବ ଆଡ଼କୁ ଆସୁଅଛି । ଯଦି କ୍ୟାମେରା ଠାରୁ ସେହି କାର୍‌ର କୌଣିକ ଅବନତି 45^0 ରୁ ବଦଳି 60^0 ହୋଇଥାଏ, ତେବେ ଏହି ସମୟ ମଧ୍ୟରେ କାର୍‌ଟି କେତେ ବାଟ ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବ ?

8. ଏକ ଛକଠାରେ 8 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଖମ୍ବ ଉପରେ ଏକ CCTV କ୍ୟାମେରାରୁ ଖମ୍ବ ଆଡ଼କୁ ଆସୁଥିବା ଏକ ସ୍କୁଟର ଦେଖାଯାଉଛି । ଯଦି ସ୍କୁଟର ଠାରୁ CCTV କ୍ୟାମେରାର କୌଣିକ ଉନ୍ନତି 30^0 ରୁ 45^0 ରେ ପହଞ୍ଚିବା ପାଇଁ 1 ମିନିଟ୍ ସମୟ ଲାଗେ, ତେବେ ସ୍କୁଟରର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତିବେଗ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9. ଏକ ସ୍ତମ୍ଭ ଉପରେ CCTV କ୍ୟାମେରା ଲଗାଯାଇଛି । ତାହା 25 ମିଟର ଦୂର ଦୃଷ୍ଟିରେଖାରେ ଯେଉଁ ସ୍ଥାନ ପର୍ଯ୍ୟନ୍ତ ଯାତାୟତ ଲକ୍ଷ୍ୟ କରିପାରେ ସ୍ତମ୍ଭର ପାଦଦେଶରୁ ସେହି ସ୍ଥାନର ଦୂରତା 24 ମିଟର । ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା ଓ କ୍ୟାମେରା ସ୍ତମ୍ଭର ଚାରିପାଖେ ଯେଉଁ କ୍ଷେତ୍ର ମଧ୍ୟରେ ଯାତାୟାତ ଦେଖିପାରୁ ନାହିଁ ତାହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

10. ସଡ଼କ ସୁରକ୍ଷା ତୁମେ ପରିସଂଖ୍ୟାରକୁ କିପରି ପ୍ରୟୋଗ କରିପାରିବ ବୁଝାଅ ।

11. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନ ଗୁଡ଼ିକର ଉତ୍ତର ଦିଅ ।

(a) ଦୃଷ୍ଟିରେଖା କ'ଣ ?

(b) CCTV କ୍ୟାମେରା ଚାରିପଟେ ସବୁଜ ବଳୟ (grecn belt) କ'ଣ ?

(c) ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା କହିଲେ କ'ଣ ବୁଝ ?

12. (a) ବେଗକ୍ଷୟ ଦୂରତା କ'ଣ ?

(b) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା କ'ଣ ?

(c) ପିଛା କରିବା ଦୂରତା କ'ଣ ?

13. ଏକ କାର୍ ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି 60 କି.ମି. ବେଗରେ ଗି କରୁଛି । ବ୍ରେକ୍ ଦେବା ପରେ ଯଦି ସ୍ଥିର ହେବାର ଦୂରତା 50 ମିଟର ଓ ମନ୍ଦିତ ବେଗ ସେକେଣ୍ଡ ପ୍ରତି 5 ମିଟର ହୁଏ, ତେବେ କାର୍‌ଟିର ପହଞ୍ଚିବା ସମୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତର ମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନର ସମାଧାନ :-

1. ଦୁଇଟି ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 1 କି.ମି. । ତିନୋଟି ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତ ମଧ୍ୟରେ 2 ଟି ଫାଙ୍କା ସ୍ଥାନ ରହିବ । ତେଣୁ ସେମାନଙ୍କ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ 2 କି.ମି. ।

ସେହିପରି 15 ଟି ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତ ମଧ୍ୟରେ $(15 - 1) = 14$ ଟି ଫାଙ୍କା ସ୍ଥାନ ରହିବ

ତେଣୁ ପ୍ରଥମ ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତ ଠାରୁ 15 ତମ ଟ୍ରାଫିକ୍ ସଙ୍କେତ ମଧ୍ୟରେ ବ୍ୟବଧାନ $14 \times 1 = 14$ କି.ମି.

କାର୍‌ଟି 15 ମିନିଟ୍ ରେ 14 କି.ମି. ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରେ

$\Rightarrow$ କାର୍‌ଟି 1 ମିନିଟ୍‌ରେ $\frac{14}{15}$ କି.ମି. ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରେ ।

$\Rightarrow$ 1 ଘଣ୍ଟା ବା 60 ମିନିଟ୍ $\left(\frac{14}{15} \text{x} 60\right) = 56$ କି.ମି. ରାସ୍ତା ଅତିକ୍ରମ କରେ । (ଉତ୍ତର)

2. ଟ୍ରକ୍‌ଟି ରାସ୍ତାରେ ଥିବା ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌କୁ 10 ମିନିଟ୍, 20, ମିନିଟ୍, 30 ମିନିଟ୍ କ୍ରମରେ ଅତିକ୍ରମ କରିଛି । ଏହି ସମୟ ଗୁଡ଼ିକ ସମାନ୍ତର ପ୍ରଗତି ବିଶିଷ୍ଟ ।

ଏହି A.P. ର ପ୍ରଥମ ପଦ $a = 10$, ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର $d = 20 - 10 = 10$, ପଦ ସଂଖ୍ୟା $n = 15$

ଟ୍ରକ୍‌ଟି 15 ଟି ଲାଇଟ୍‌କୁ ଅତିକ୍ରମ କରିବା ସମୟ $= 10 + 20 + 30 + ... + 150$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\} = \frac{15}{2}\{2 \times 10 + (15-1)10\}$$

$$= \frac{15}{2}\{20 + 140\} = \frac{15}{2} \times 160$$

$= 15 \times 80 = 1200$ ମିନିଟ୍ ବା 20 ଘଣ୍ଟା (ଉତ୍ତର)

3. ସଡ଼କ ଉପରେ ଲଗାଯାଇଥିବା ଟ୍ରାଫିକ୍ ଲାଇଟ୍‌ଗୁଡ଼ିକର ସମାନ୍ତର ଶ୍ରେଣୀର n ତମ ପଦ $tn = a + (n-1)d$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $t_5 = 45$ ଏବଂ $t8 = 75$

$a + (5-1)d = 45 \quad \Rightarrow a + 4d = 45$ .... (i)

$t_8 = a + (8 - 1)d = 75 \ \Rightarrow a + 7d = 75$ .... (ii)

ସମୀକରଣ (ii) ରୁ ସମୀକରଣ (i) ବିୟୋଗ କଲେ

$(a + 7d) - (a + 4d) = 75 - 75 \ \Rightarrow 3d = 30$

$\Rightarrow d = \frac{30}{3} = 10$ d ର ମୂଲ୍ୟ ସମୀକରଣ (i) ରେ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ

$a + (4 \text{ x } 10) = 45 \Rightarrow a = 45 - 40 = 5$

$t_{10} = a + (10-1)d = a + 9d = 5 + (9 \text{ x } 10) = 95$

ଅର୍ଥାତ୍ 2 ଘଣ୍ଟାରେ ବସ୍‌ଟି 10 ଟି ଲାଇଟ୍‌ପୋଷ୍ଟ ବା 95 କି.ମି. ଅତିକ୍ରମ କରେ ।

$\therefore$ ବସ୍‌ଟିର ଘଣ୍ଟା ପ୍ରତି ବେଗ $= \frac{95}{2}$ ବା 47.5 କି.ମି. ।

4. a) ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖରୁ ସ୍ପଷ୍ଟ 2014 ରେ ସହରରେ ଦୁର୍ଘଟଣାର ଜନିତ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା 100

2015 ରେ ଦୁର୍ଘଟଣା ଜନିତ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା 200

ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ବୃଦ୍ଧି $= 200 - 100 = 100$

ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା ବୃଦ୍ଧି $= \frac{\text{ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ବୃଦ୍ଧି}}{\text{2014 ରେ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା}} \times 100 == \frac{100}{100} \times 100 = 100\%$

b) 2016 ରେ ସହରଟିରେ ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା 300

2017 ରେ ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା 200

ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟାରେ ହ୍ରାସ = 300 – 200 = 100

ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟାର ଶତକଡ଼ା ହ୍ରାସ = $\frac{100}{300} \times 100 = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}\%$

5. (a) ସହରଟିରେ (2018 ମସିହାରେ) ମୋଟ ଦୁର୍ଘଟଣା ଜନିତ ମୃତ୍ୟୁ ସଂଖ୍ୟା 72000

ଏହାର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ = 360^0

ମଦ୍ୟପାନ କରି ଗାଡ଼ି ଚଳାଇ ଦୁର୍ଘଟଣା ଘଟାଇ ପ୍ରାଣ ହରାଇଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ = 120^0

ଏମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = $\frac{120}{360} \times 72000 = 24000$

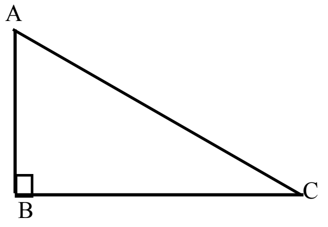
b) ଅନ୍ୟାନ୍ୟ କାରଣରୁ ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ପ୍ରାଣ ହରାଇଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ = 50^0

ଏମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = $\frac{50}{360} \times 72000 = 10000$

c) ବିନା ହେଲ୍‌ମେଟ୍ ଯୋଗୁଁ ଦୁର୍ଘଟଣାରେ ମୃତ୍ୟୁ ଘଟିଥିବା ବ୍ୟକ୍ତିଙ୍କ ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପ = 1350

ଏମାନଙ୍କ ସଂଖ୍ୟା = $\frac{135}{360} \times 72000 = 27000$

6. $\overline{AB}$ ଖମ୍ବ ଉପରେ CCTV କ୍ୟାମେରା ଲାଗିଛି । ଖମ୍ବର ପାଦଦେଶରୁ ପ୍ଲାଟଫର୍ମ ଉପରେ 30 ମିଟର ଦୂରରେ C ବିନ୍ଦୁ ଅବସ୍ଥାନ କରେ ।



ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ, BC = 30 ମି.

$m\angle ACB = 60^0$

ABC ସମକୋଣୀ $\Rightarrow \Delta$ ରେ $\tan C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 60^0 = \frac{AB}{30}$

$\frac{AB}{30} = \sqrt{3}$

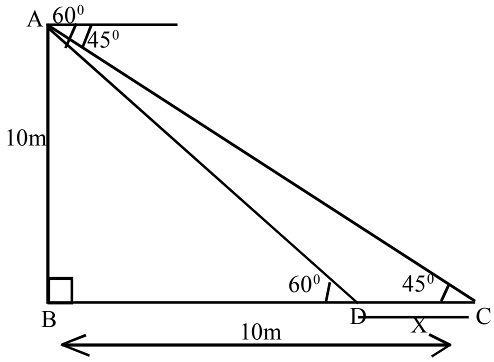
$\Rightarrow AB = 30\sqrt{3} = 30 \times 1.732 = 51.96$ ମିଟର

$\therefore$ ଖମ୍ବଟିର ଉଚ୍ଚତା 51.96 ମିଟର

7. $\overline{AB}$ ଖମ୍ବର ଉଚ୍ଚତା = 10 ମି.

କାରଟିର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ଅବସ୍ଥାନ ବିନ୍ଦୁ D ଓ ଏହାର ପରବର୍ତ୍ତୀ ଅବସ୍ଥାନ C

ପ୍ରଶ୍ନାନୁସାରେ $m\angle ADB = 45^0$ ଓ $m\angle ACB = 60^0$



ABD ସମକୋଣୀ Δ ରେ

$$\tan D = \frac{AB}{BD}$$

$$\Rightarrow \tan 45^0 = \frac{10}{BD} \Rightarrow \frac{10}{BD} = 1 \text{ ଅର୍ଥାତ୍ } BD = 10 \text{ ମି.}$$

ମନେକର $CD = x$ ମି.

$$\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{10}{BC} \Rightarrow \tan 60^0 = \frac{10}{BC} \Rightarrow \frac{10}{BC} = \sqrt{3} \Rightarrow BC = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ ମି.}$$

କାର୍‌ର କୌଣିକ ଅବନତି 45^0 ରୁ 60^0 ହେବା ସମୟ ଭିତରେ କାରଟି ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତା $x = BD - BC$

$$= 10 - \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3} - 10}{\sqrt{3}} = \frac{10(\sqrt{3} - 1)}{\sqrt{3}} = 4.23 \text{ ମିଟର (ପ୍ରାୟ)}$$

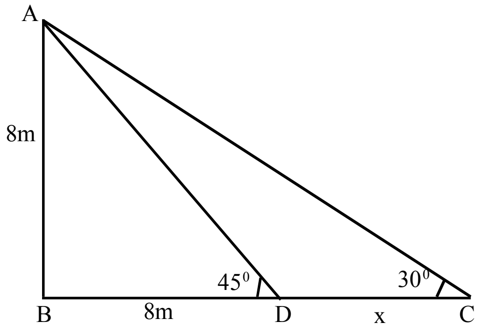
8. $\overline{AB}$ ଖଣ୍ଡର ଉଚ୍ଚତା 8 ମି.

C ଅବସ୍ଥାନରେ ସ୍କୁଟରର କୌଣିକ ଉନ୍ନତି 30^0

$\therefore m\angle ACB = 30^0$

D ଅବସ୍ଥାନରେ ସ୍କୁଟରର କୌଣିକ ଉନ୍ନତି 45^0 ।

$m\angle ADB = 45^0$



ABD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan D = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \tan 45^0 = \frac{8}{BD} \Rightarrow \frac{8}{BD} = 1 \therefore BD = 8$ ମି.

ମନେକର $CD = x$

$BC = BD + CD = 8 + x$

ABC ସମକୋଣୀ Δ ରେ $\tan C = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \tan 30^0 = \frac{8}{8+x} \Rightarrow \frac{8}{8+x} = \frac{1}{\sqrt{3}}, 8\sqrt{3} = x + 8$

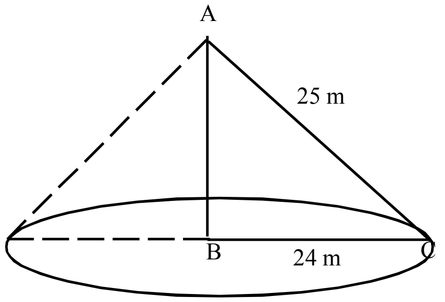
$\Rightarrow x = 8\sqrt{3} - 8 = 8(\sqrt{3} - 1)$ ମି.

1 ମିନିଟ୍‌ରେ ସ୍କୁଟର ଯାଏ $8(\sqrt{3}-1)$ ମି.

1 ଘଣ୍ଟା ବା 60 ମିନିଟ୍‌ରେ ଯାଏ = $8(\sqrt{3}-1) \times 60$

= $480(\sqrt{3}-1)$ ମି. = $48(\sqrt{3}-1)$ କି.ମି.

9. $\overline{AB}$ ସ୍ତମ୍ଭ ଉପରେ CCTV କ୍ୟାମେରା ଲାଗିଛି ।



ଦୃଷ୍ଟିରେଖା AC = 25

ସ୍ତମ୍ଭ ଠାରୁ ସ୍ଥାନର ଦୂରତା BC = 24 ମି.

ABC ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2}$

$= \sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24)}\ \sqrt{(25+24)}$

$= \sqrt{49} = 7$ ମି.

କ୍ୟାମେରା ସ୍ତମ୍ଭର ଚାରିପାଖେ ଯେଉଁ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରରେ ଟ୍ରାଫିକ୍ ଦୃଶ୍ୟମାନ ହୁଏ ନାହିଁ ତାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ

$= \pi r^2 = \pi(24)^2 = 576\pi$ ବର୍ଗ ମିଟର = 1809.79 ବର୍ଗ ମିଟର ।

10. (1) ବିଭିନ୍ନ ସଡ଼କ ଦୁର୍ଘଟଣା ବିଷୟକ ତଥ୍ୟ ସଂଗ୍ରହ କରି, ତାହାର ପରିସଂଖ୍ୟାନ ଭିତ୍ତିକ ଲେଖଚିତ୍ର ପ୍ରସ୍ତୁତ କରି ତାହା ମାଧ୍ୟମରେ ଜନ ସଚେତନତା ସୃଷ୍ଟି କରାଯାଇ ପାରିବ ।

(2) ପରିସଂଖ୍ୟାନ ଦ୍ୱାରା ସଂଗୃହୀତ ତଥ୍ୟ ଦ୍ୱାରା ଦୁର୍ଘଟଣା ଘଟିବାର ମୁଖ୍ୟ କାରଣ ଗୁଡ଼ିକୁ ଜାଣି, ତାର ନିରାକରଣ ପାଇଁ ଉପଯୁକ୍ତ ପଦକ୍ଷେପ ଗ୍ରହଣ କରିହେବ ।

(3) ସ୍ତମ୍ଭ ଲେଖ ମାଧ୍ୟମରେ ଦୁର୍ଘଟଣା - ପ୍ରବେଶ ଅଞ୍ଚଳ ଗୁଡ଼ିକୁ ଚିହ୍ନଟ କରି ଚାଳକଙ୍କୁ ଆଗୁଆ ସତର୍କ କରାଯାଇ ପାରିବ ।

11. (a) ଦୃଷ୍ଟିରେଖଣ ଏକ ସରଳରୈଖିକ ପଥ, ଯେଉଁଥିରେ ଦର୍ଶକର ସ୍ୱଷ୍ଟ ଓ ଅବାଧ ଦର୍ଶନ ସମ୍ଭବ ହୋଇଥାଏ

(b) ଯେଉଁ ସ୍ତମ୍ଭ ଉପରେ CCTV କ୍ୟାମେରାର ଖଞ୍ଜା ଯାଇଥାଏ, ତାହା ଉପରୁ ଦୃଷ୍ଟିରେଖଣ ଆଗକୁ ଚଳାଚଳ କରୁଥିବା ଯାନବାହନ ସବୁ ଦୃଷ୍ଟିଗୋଚର ହୁଏ । କିନ୍ତୁ ସ୍ତମ୍ଭ ଚାରିପଟେ ଦୃଷ୍ଟିରେଖା ଭିତରେ ଏକ ବୃତ୍ତାକାର କ୍ଷେତ୍ରକୁ ଘାସ ଆଚ୍ଛାଦିତ କରି ସବୁଜ ସୁନ୍ଦର କରାଯାଏ । ଏହାକୁ ସବୁଜ ବଳୟ (green belt) କହନ୍ତି ।

(c) ଚାଳକ ଏକ ଆସନ୍ନ ବିପଦର ଆଶଙ୍କା କରି ହଠାତ୍ ବ୍ରେକ୍ ପ୍ରୟୋଗ କରିବା ସମୟରେ, ବିପଦକୁ ଦେଖିବା ଓ ବ୍ରେକ୍‌ଦେବା ସମୟ ବ୍ୟବଧାନରେ ଯାନଟି ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତାକୁ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତ୍ୱ କୁହାଯାଏ ।

12. (a) ଚାଳକ ବ୍ରେକ୍‌ଦେବା ଏବଂ ଯାନଟି ସ୍ଥିର ଅବସ୍ଥାକୁ ଆସିବା ସମୟ ମଧ୍ୟରେ ଯାନଟି ଅତିକ୍ରମ କରିଥିବା ଦୂରତାକୁ ବେଗକ୍ଷୟ ଦୂରତା (Breaking distance) କୁହାଯାଏ ।

(b) ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା ଓ ବେଗ କ୍ଷୟ ଦୂରତାର ସମଷ୍ଟିକୁ ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା କୁହାଯାଏ ।

ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା = ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା + ବେଗ କ୍ଷୟ ଦୂରତା

କିମ୍ବା ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା = ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା × ପିଛା କରିବା ଦୂରତା

c) ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା ଓ ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତାର ଅନୁପାତକୁ ପିଛା କରିବା ଦୂରତା କୁହାଯାଏ

$$\text{ପିଛା କରିବା ଦୂରତା} = \frac{\text{ସ୍ଥିରତା ଆସିବା ଦୂରତା}}{\text{ପ୍ରତିକ୍ରିୟା ଦୂରତା}}$$

ଆଗରେ ଯାଉଥିବା ଯାନକୁ ପିଛା କରିବା ଦୂରତା

ସାଧାରଣତଃ ସେକେଣ୍ଡରେ ନିର୍ଦ୍ଧାରିତ କରାଯାଏ ।

13. କାର୍‌ର ପ୍ରାରମ୍ଭିକ ବେଗ $u = 60$ କି.ମି. / ଘଣ୍ଟା

$= \frac{60000}{3600}$ ମି. / ସେ. $= \frac{50}{3}$ ମି. / ସେ.

ମନ୍ଦିତ ବେଗ $a = -5$ ମି. / ସେ.

ସ୍ଥିର ସମୟରେ ଅନ୍ତିମ ପରିବେଗ $v = 0$

ଆମେ ଜାଣୁ $v = u + at$

$\Rightarrow 0 = \frac{50}{3} - 5t \Rightarrow 5t = \frac{50}{3}$

$\Rightarrow t = \frac{10}{3} = 3.33$ ସେକେଣ୍ଡ (ଉତ୍ତର)

=====

ANNUAL HIGH SCHOOL CERTIFICATE EXAMINATION - 2020

ପ୍ରଶ୍ନୋତ୍ତର

PART- I (ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନ)

ବୀଜଗଣିତ

(πର ମୂଲ୍ୟ $\frac{22}{7}$ ନିଅ)

1. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର : [1 x 5

(a) (1,1) ସମୀକରଣ tx - 3y - 9 = 0 ର ଏକ ସମାଧାନ ହେଲେ t ର ମାନ ------- ।

(b) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି -------- ।

(c) 2, 4, 6, 8....... ଅନୁକ୍ରମରେ t_8 ର ମାନ ------------ ।

(d) ଦୁଇଟି ଅପ୍ରବଣ ମୁଦ୍ରାକୁ ଥରେ ଟସ୍ କଲେ ଅତି କମ୍‌ରେ ଗୋଟିଏ H ଆସିବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ----- ।

(e) ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ କ୍ରମାନ୍ୱୟରେ (1, 20 (4, 5), (p, q) ଓ (r,s) ହେଲେ ଏହାର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ ----- ।

2. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ । [1 x 5

(a) ଡିଟରମିନାଣ୍ଟ $\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix}$ ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(b) $x^2 - kx + 4 = 0$ ସମୀକରଣର ଗୋଟିଏ ମୂଳ 2 ହେଲେ k ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(c) 3, X, 9, ... ଏକ A.P. ହେଲେ x ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(d) ତିନୋଟି ମୁଦ୍ରା ଟସ୍ କଲେ ଯଦି ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେଶ S ହୁଏ, ତେବେ $|S|$ କେତେ ?

(e) ତିନୋଟି ବିନ୍ଦୁ A, B ଓ C ର ସ୍ଥାନାଙ୍କ ଯଥାକ୍ରମେ (1, –4), (2, 3) ଓ (0, 6) ହେଲେ, ΔABc ର ଭରକେନ୍ଦ୍ର କେତେ ?

3. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର । [1 x 5

(a) $x + y - 2 = 0$ ଓ $x - y = 0$ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର ।

(b) $px^2 - 2x + (2p-1) = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ଗୁଣଫଳ 3 ହେଲେ p ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(c) ଗୋଟିଏ A.P. ରେ $t_3 = 5$ ଓ $t_7 = 13$ ହେଲେ t_9 ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(d) $P(E)=\frac{1}{5}$ ହେଲେ $P(\bar{E})$ ର ମୂଲ୍ୟ କେତେ ?

(e) ଏକରେଖାଖଣ୍ଡର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ ହେଉଛି ମୂଳବିନ୍ଦୁ । ରେଖାଖଣ୍ଡର ଏକ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁ (2,3) ହେଲେ ଅନ୍ୟ ପ୍ରାନ୍ତ ବିନ୍ଦୁର x- ସ୍ଥାନାଙ୍କ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

4. କ-ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ "ଖ' ସ୍ତମ୍ଭସ୍ଥ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର :[1 x 5

କ- ସ୍ତମ୍ଭ	ଖ- ସ୍ତମ୍ଭ
(a) $x+3y-5 = 0$ ଓ $2x + ky - 9 = 0$ ସମୀକରଣଦ୍ୱୟ ଅସଂଗତ ହେଲେ k ର ମାନ :	(i) 1
(b) $x^2 - 7x + 12 = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି	(ii) 4
(c) 1, 5, 9, 13, 17........ ଅନୁକ୍ରମର ସାଧାରଣ ଅନ୍ତର :	(iii) 6
(d) ଗୋଟିଏ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ 2 ଥର ଗଡ଼ାଇଲେ ଦୁଇଟି 6 ଥିବା ଘଟଣାର ଉପାଦାନ ସଂଖ୍ୟା	(iv) 7
(e) (3,4) ଓ (p, 4) ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା 6 ଏକକ ହେଲେ p ର ଧନାତ୍ମକ ମାନ :	(v) 8
	(vi) 9
	(vii) 2

5. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକରେ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (T) ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (F), ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସ ଭିତରେ ଲେଖ: [1 x 5

(a) $x + 2y = 3, 3x + ky = 9$ ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ଅସଂଖ୍ୟ ସମାଧାନ ରହିଲେ k=5 । ☐

(b) $x^2 - 5x + 6 = 0$ ସମୀକରଣର ପ୍ରଭେଦକ 3 ଅଟେ । ☐

(c) 2 ଓ 8 ମଧ୍ୟରେ ଥିବା ସମାନ୍ତର ମଧ୍ୟକଟି 5 । ☐

(d) 5 ମାଧ୍ୟମାନ ବିଶିଷ୍ଟ 10 ଟି ଲବ୍ଧାଙ୍କ ମଧ୍ୟରୁ ପ୍ରତ୍ୟେକକୁ 5 ବଢ଼ାଇଲେ ନୂତନ ଲବ୍ଧାଙ୍କ 10 ଟିର ମାଧ୍ୟମାନ 25 ହେବ । ☐

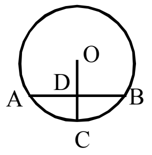
(e) (2, 2), (3,3), (4,4) ବିନ୍ଦୁତ୍ରୟକୁ ଶୀର୍ଷବିନ୍ଦୁ ନେଇ ଗଠିତ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 4 ବର୍ଗ ଏକକ ହେବ । ☐

ଜ୍ୟାମିତି

6. ଶୂନ୍ୟସ୍ଥାନ ପୂରଣ କର : [1 x 5

(a) ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ 16:25 ହେଲେ ସେହି ତ୍ରିଭୁଜ ଦ୍ୱୟର ଅନୁରୂପ ବାହୁର ଅନୁପାତ =------ ।

(b) ଦତ୍ତ ବୃତ୍ତରେ $\overline{OC} \perp \overline{AB}$ । AB = 16 ସେ.ମି. , OD = 6 ସେ.ମି. ହେଲେ DC ର ମାନ ------ ।



(c) 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ବହିଃସ୍ଥ P ବିନ୍ଦୁରୁ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ଅଙ୍କିତ ସ୍ପର୍ଶକ ଖଣ୍ଡ ଦ୍ୱୟ $\overline{PA}$ ଏବଂ $\overline{PB}$ । $m\angle APB = 60^0$ ହେଲେ $\overline{PA}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ -------- ସେ.ମି. ।

(d) $(1+\tan 15^0)(1+\tan 30^0)$ ର ମାନ --------- ।

(e) ଦୁଇଟି ଗୋଲକର ଆୟତନର ଅନୁପାତ 64 : 27 ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସର ଅନୁପାତ ------ ।

7. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର କେବଳ ଉତ୍ତର ଲେଖ । [1 x 5

(a) ΔABC ରେ $\angle BAC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ $\overline{BC}$ କୁ M ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରେ । AB : AC = 3:4 ଏବଂ BC = 14 ସେ.ମି. ହେଲେ, BM କେତେ ?

(b) 10 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତରେ ଏକ ଜ୍ୟା ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ରରୁ 6 ସେ.ମି. ଦୂରରେ ଥିଲେ ଜ୍ୟାର ଦୈର୍ଘ୍ୟ କେତେ ସେ.ମି. ?

(c) ପରସ୍ପରଚ୍ଛେଦୀ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ସ୍ପର୍ଶକ ସଂଖ୍ୟା କେତେ ?

(d) $\sin(48^0 + \theta) \cdot \cos(12^0 - \theta) + \cos(48^0 + \theta) \cdot \sin(12^0 + \theta)$ ର ମାନ କେତେ ?

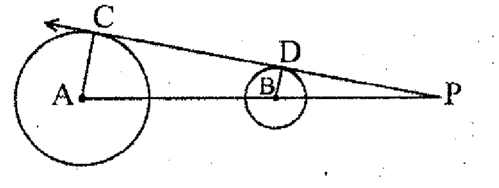
(e) ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ଅନୁପାତ 1:3 ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ କେତେ ?

8. ନିମ୍ନଲିଖିତ ପ୍ରଶ୍ନଗୁଡ଼ିକର ସମାଧାନ କର : [1 x 5

(a) ଦୁଇଟି ସଦୃଶ ତ୍ରିଭୁଜର କ୍ଷେତ୍ରଫଳର ଅନୁପାତ 3 : 5 ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ପରିସୀମାର ଅନୁପାତ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(b) ଏକ ବୃତ୍ତରେ ପରିଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ଦୁଇ ବିପରୀତ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟର ସମଷ୍ଟି 12 ସେ.ମି ହେଲେ ଚତୁର୍ଭୁଜର ପରିସୀମା ସେ.ମି.ରେ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

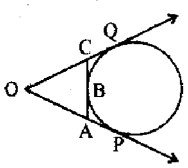
(c) ଦତ୍ତଚିତ୍ରରେ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର କେନ୍ଦ୍ର A ଓ B । ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟ 4 ସେ.ମି. ଓ 3 ସେ.ମି., $\overrightarrow{PDC}$ ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟର ସାଧାରଣ ସ୍ପର୍ଶକ ଏବଂ AP = 8 ସେ.ମି. ହେଲେ, BP ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।



(d) $\dfrac{\sin 51^0 + \sin 156^0}{\cos 39^0 + \cos 60^0}$ ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

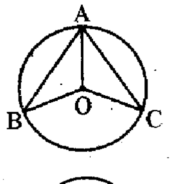
(e) ସମାନ ଉଚ୍ଚତା ବିଶିଷ୍ଟ ଦୁଇଟି କୋନ୍‌ର ଘନଫଳର ଅନୁପାତ 4 : 25 ହେଲେ ସେମାନଙ୍କର ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧର ଅନୁପାତ କେତେ ହେବ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

9.କ-ସ୍ତମ୍ଭରେ ଦିଆଯାଇଥିବା ପ୍ରତ୍ୟେକ ପରିପ୍ରକାଶକୁ "ଖ' ସ୍ତମ୍ଭସ୍ଥ ଠିକ୍ ପରିପ୍ରକାଶ ସହ ସମ୍ପର୍କିତ କର :[1 x 5

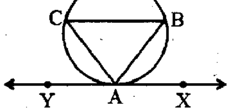
କ- ସ୍ତମ୍ଭ	ଖ- ସ୍ତମ୍ଭ
(a) ΔABC ରେ $m\angle B = 90^0$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ । AD = 8 ସେ.ମି. ଓ CD = 10 ସେ.ମି. $\overline{AB}$ ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେ.ମି.ରେ	(i) 1
(b) ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର ଦୁଇଟି ଜ୍ୟା $\overline{AB}$ ଓ $\overline{CD}$ କେନ୍ଦ୍ରଠାରୁ ସମାନ ଦୂରରେ ଅବସ୍ଥିତ । ଯଦି AB =5 ସେ.ମି. ତେବେ CD ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେ.ମି.ରେ	(ii) 2
(c) ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$ ଓ $\overline{AC}$ ବୃତ୍ତକୁ ଯଥାକ୍ରମେ P, Q ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରୁଛନ୍ତି । ଯଦି AP = 3 ସେ.ମି., CQ = 4 ସେ.ମି., ହେଲେ AC ର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ସେ.ମି.ରେ 	(iii) 5
(d) $\sec^2 (90^0 + \theta) - \cot^2(180^0 - \theta)$ ର ମାନ	(iv) 7
(e) ଗୋଟିଏ ସିଲିଣ୍ଡରର, ବକ୍ରପୃଷ୍ଠତଳର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 1188 ବର୍ଗମିଟର ଓ ବ୍ୟାସର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 18 ମିଟର । ଏହାର ଉଚ୍ଚତା ମିଟରରେ :	(v) 12
	(vi) 21
	(vii) 22

10. ନିମ୍ନଲିଖିତ ଉକ୍ତିଗୁଡ଼ିକରେ ଠିକ୍ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (T) ଓ ଭୁଲ ଉକ୍ତି ପାଇଁ (F), ଦିଆଯାଇଥିବା ବାକ୍ସ ଭିତରେ ଲେଖ : [1 x 5

(a) Δ ABC ରେ $\angle ABC$ ର ସମଦ୍ୱିଖଣ୍ଡକ $\overline{AC}$ କୁ P ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ AB = 16 ସେ.ମି. ଓ BC = 12 ସେ.ମି. ହେଲେ AP : PC = 7 : 4 ☐



(b) ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ $\overline{AB}$ ଓ $\overline{AC}$ ଦୁଇଟି ସର୍ବସମ ଜ୍ୟା । O ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର । $m\angle OAB = 20^0$ ହେଲେ, $m\angle BOC = 50^0$ ହେବ । ☐



(c) ଦତ୍ତ ଚିତ୍ରରେ ABC ବୃତ୍ତସ୍ଥ A ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶକ $\overleftrightarrow{XY}$ । $\overline{BC} \parallel \overleftrightarrow{XY}$ ଏବଂ $m\angle BAX = 65^0$ ହେଲେ $m\angle CAB = 40^0$ । ☐

(d) sin 15^0 ର ମାନ $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ ☐

(e) ଏକ ବର୍ଗକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 16 ବର୍ଗ ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଅନ୍ତର୍ଲିଖିତ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ 3 ସେ.ମି. ।☐

PART - II (ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନ)

(πର ମୂଲ୍ୟ $\frac{22}{7}$ ନିଅ)

1. (i) ଦୁଇଟି ବୃତ୍ତର ପରିଧିର ଅନ୍ତର 44 ମିଟର ଏବଂ ସେମାନଙ୍କର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ଦ୍ୱୟର ସମଷ୍ଟି 77 ମିଟର ହେଲେ, ବଡ଼ବୃତ୍ତର ପରିଧି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [4

କିମ୍ବା, ଗୋଟିଏ ବୃତ୍ତର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 22176 ବର୍ଗ ସେ.ମି. । ଏହାର 110 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ଚାପ ଦ୍ୱାରା କେନ୍ଦ୍ରରେ ଉତ୍ପନ୍ନ ହେଉଥିବା କୋଣର ପରିମାଣ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ଗୋଟିଏ ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନ୍‌ର ବକ୍ରଉଚ୍ଚତା 25 ସେ.ମି. ଓ ଭୂମିର ବ୍ୟସାର୍ଦ୍ଧ 7 ସେ.ମି. ହେଲେ, ଏହାର ଆୟତନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [4

(c) ଗୋଟିଏ ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ $112\sqrt{3}$ ଘ.ସେ.ମି. । ଉଚ୍ଚତା 7 ସେ.ମି. ଏବଂ ଆଧାର ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ ହେଲେ, ଆଧାରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

2.(i) Cramer ଙ୍କ ନିୟମ ପ୍ରୟୋଗ କରି ସହ-ସମୀକରଣ ଦ୍ୱୟର ସମାଧାନ କର । [5

$2x + 3y = 5;$

$3x + y = 4$

କିମ୍ବା, ଗୋଟିଏ ଭଗ୍ନାଂଶର ଲବ ଓ ହରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ସହ 1 ଯୋଗକଲେ ଭଗ୍ନାଂଶଟି ½ ହୁଏ । ମାତ୍ର ଲବ ଓ ହର ପ୍ରତ୍ୟେକରୁ 1 ବିୟୋଗ କଲେ, ଭଗ୍ନାଂଶଟି $\frac{1}{3}$ ହୁଏ । ଆରମ୍ଭରେ ଥିବା ଭଗ୍ନାଂଶଟି ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ଦ୍ୱିଘାତ ସୂତ୍ର ପ୍ରୟୋଗ କରି $(6x + 5)(x - 2) = 0$ ସମୀକରଣର ମୂଳ ନିରୂପଣ କର । [5

କିମ୍ବା, ଗୋଟିଏ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ଦୈର୍ଘ୍ୟ, ପ୍ରସ୍ଥ ଅପେକ୍ଷା 8 ମିଟର ଅଧିକ । କ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ 240 ବର୍ଗମିଟର ହେଲେ କ୍ଷେତ୍ରଟିର ପରିସୀମା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

3.(i) ଗୋଟିଏ ଅନୁକ୍ରମର $t_n = 10n + 5$ ହେଲେ, S_n ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [4

କିମ୍ବା, $1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5$ .... ଅନୁକ୍ରମର S_n ଓ S_{10} ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(ii) ଏକ ଲୁଡୁଗୋଟିକୁ ଦୁଇଥର ଗଡ଼ାଇ ଦିଆଗଲା । ପଡୁଥିବା ସଂଖ୍ୟାଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ≥ 9 ହେବାର ସମ୍ଭାବ୍ୟତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [4

କିମ୍ବା, $(k, -4)$ ଓ $(-3, 2)$ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟର ସଂଯୋଜକ ରେଖାଖଣ୍ଡକୁ 1:2 ଅନୁପାତରେ ଛେଦକରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $(1, -2)$ ହେଲେ, k ର ମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

(iii) ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର । [4

ସଂଭାଗ	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
ବାରମ୍ବାରତା	5	7	5	10	9	4

କିମ୍ବା, ଦତ୍ତ ସାରଣୀ ଅନ୍ତର୍ଭୁକ୍ତ ତଥ୍ୟାବଳୀର ମାଧ୍ୟମାନ ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

ସଂଭାଗ	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
ବାରମ୍ବାରତା	4	9	10	14	7

4.(i) ପ୍ରମାଣ କର ଯେ ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ କୋଣମାନ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ । [5

କିମ୍ବା, ଏକ ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ P ଦେଇ ବୃତ୍ତପ୍ରତି ସ୍ପର୍ଶକ ଖଣ୍ଡ $\overline{PT}$ ଏବଂ ଏକ ଛେଦକ $\overleftrightarrow{PAB}$ ଅଙ୍କିତ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $PA \times PB = PT^2$ ।

(ii) $\overline{PQ}$ ଅଙ୍କନ କର ଯେପରିକି PQ = 8 ସେ.ମି. । P କୁ କେନ୍ଦ୍ର ନେଇ 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ କର । Q ବିନ୍ଦୁରୁ ଉକ୍ତ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ କର । [5

କିମ୍ବା, 6.4 ସେ.ମି. ଦୈର୍ଘ୍ୟ ବିଶିଷ୍ଟ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ କର । ଏହାକୁ 3:2 ଅନୁପାତରେ ଅନ୍ତର୍ବିଭକ୍ତ କରୁଥିବା ବିନ୍ଦୁ P ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

5.(i) ΔABC ରେ $\angle ABC$ ସମକୋଣ ଏବଂ $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ ହେଲେ, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ $AB^2 : BC^2 = AD:DC$ [5

କିମ୍ବା, ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, ଏକ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ର ଅସମାନ୍ତର ବାହୁଦ୍ୱୟ ସର୍ବସମ ହେଲେ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ଟି ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ହେବ ।

(ii) ପ୍ରମାଣ କର ଯେ, $\tan 7A \cdot \tan 4A \cdot \tan 3A = \tan 7A - \tan 4A - \tan 3A$ [5

କିମ୍ବା, ସମତଳ ଭୂପୃଷ୍ଠ ସହ ଲମ୍ବ ଭାବରେ ଦଣ୍ଡାୟମାନ 30 ମିଟର ଉଚ୍ଚ ଏକ ସ୍ତମ୍ଭର ପାଦଦେଶ ସହ ଏକ ସରଳରେଖାରେ ଓ ଏକ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଥିବା ଦୁଇଟି ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ତମ୍ଭର ଶୀର୍ଷଭାଗର କୌଣିକ ଉନ୍ନତି ଯଥାକ୍ରମେ 30^0 ଓ 45^0 । ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା ନିର୍ଣ୍ଣୟ କର ।

=====

PART- I (ବସ୍ତୁନିଷ୍ଠ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର)

1. (a) 12
   (b) 5
   (c) 16
   (d) $\frac{3}{4}$
   (e) 18
2. (a) –2
   (b) 4
   (c) 6
   (d) 8
   (e) (1,3)
3. (a) (1,1)
   (b) –1
   (c) 17
   (d) $\frac{4}{5}$
   (e) –2
4. (a) $\rightarrow$ (iii) 6
   (b) $\rightarrow$ (iv) 7
   (c) $\rightarrow$ (ii) 4
   (d) $\rightarrow$ (i) 1
   (e) $\rightarrow$ (vi) 9
5. (a) — F
   (b) — F
   (c) — T
   (d) — F
   (e) — F
6. (a) 4 : 5
   (b) 4 cm
   (c) $3\sqrt{3}$
   (d) 2
   (e) 4 : 3
7. (a) 6 cm
   (b) 16
   (c) 1 କିମ୍ବା 2 କିମ୍ବା 3
   (d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
   (e) 1 : 9
8. (a) $\sqrt{3}:\sqrt{5}$
   (b) 24
   (c) 6 cm
   (d) 1
   (e) 2 : 5
9. (a) – (v) 12
   (b) – (iii) 5
   (c) – (iv) 7
   (d) – (i) 1
   (e) – (vi) 21
10. (a) – F
    (b) – F
    (c) – F
    (d) – T
    (e) – F

=====

PART - II (ଦୀର୍ଘ ଉତ୍ତରମୂଳକ ପ୍ରଶ୍ନର ଉତ୍ତର)

1. (i) ମନେକର ବଡ଼ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ R ମି. ଏବଂ ସାନ ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ମି.

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $2\pi R - 2\pi r = 44$

$\Rightarrow 2\pi (R - r) = 44$

$\Rightarrow R - r = 44 \times \frac{7}{44}$

$\Rightarrow R - r = 7$ .... (1)

ଏବଂ $R + r = 77$............... (2)

ସମୀକରଣ (1) ଓ ସମୀକରଣ (2) କୁ ଯୋଗ କଲେ ଆମେ ପାଇବା

$2R = 84$

$R = 42$ ମି.

$\therefore$ ବଡ଼ ବୃତ୍ତର ପରିଧି $2\pi R = 2 \times \frac{22}{7} \times 42$ ମି. = 264 ମିଟର

କିମ୍ବା

ମନେକର ବୃତ୍ତର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = r ସେ.ମି. ଓ ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ = l

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $\pi r^2 = 22176 \Rightarrow r^2 = \frac{22176}{\pi}$

$\Rightarrow r^2 = 22176 \times \frac{7}{22} = 1008 \times 7$

$\Rightarrow r = \sqrt{1008 \times 7} = 84$ ସେ.ମି.

ଚାପର ଦୈର୍ଘ୍ୟ $l = 110$ ସେ.ମି. (ଦତ୍ତ)

$l = \frac{\theta}{180} \pi r \quad \Rightarrow 110 = \frac{\theta}{180} \times \frac{22}{7} \times 84$

$\therefore \theta = \frac{110 \times 180 \times 7}{22 \times 84}$

$\therefore \theta = 75^0$

(ii) ସରଳ ବୃତ୍ତଭୂମିକ କୋନର ବକ୍ର ଉଚ୍ଚତା $l = 25$ ସେ.ମି.

ଭୂମିର ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ = 7 ସେ.ମି.

କୋନର ଉଚ୍ଚତା $= h = \sqrt{l^2 - r^2}$

$\Rightarrow h = 24$ ସେ.ମି.

କୋନର ଆୟତନ = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ ଘନ ସେ.ମି.

$= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 24 = 1232$ ଘନ ସେ.ମି.

କିମ୍ବା

ସରଳ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଭୂମି ଏକ ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜ

ମନେକର ସମବାହୁ ତ୍ରିଭୁଜର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁ = a ସେ.ମି.

$\Rightarrow$ ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ ବ.ସେ.ମି.

ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଉଚ୍ଚତା $= h = 7$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ପ୍ରିଜିମ୍‌ର ଆୟତନ = ଆଧାରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ × ଉଚ୍ଚତା

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2h = 112\sqrt{3}$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} \times a^2 \times 7 = 112\sqrt{3}$

$\Rightarrow a^2 = \frac{112\sqrt{3} \times 4}{7\sqrt{3}} = 64$

$\Rightarrow a = 8$ ସେ.ମି.

$\therefore$ ଆଧାରର ପ୍ରତ୍ୟେକ ବାହୁର ଦୈର୍ଘ୍ୟ 8 ସେ.ମି.

2.(i) $2x + 3y = 5$

$3x + y = 4$

ଏଠାରେ $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times 3 = 2 - 9 = -7$

$\Delta_x = \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} = 5 \times 1 - 4 \times 3 = 5 - 12 = -7$

$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 2 \times 4 - 3 \times 5 = 8 - 15 = -7$

$\therefore x = \frac{\Delta x}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1$

$y = \frac{\Delta y}{\Delta} = \frac{-7}{-7} = 1$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ : $(x, y) = (1, 1)$

କିମ୍ବା

ମନେକର ଭଗ୍ନାଂଶଟି $\frac{x}{y}$

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $\frac{x+1}{y+1} = \frac{1}{2}$ ଏବଂ $\frac{x-1}{y-1} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 2x + 2 = y + 1$ ଏବଂ $3x - 3 = y - 1$

$\Rightarrow 2x - y + 1 = 0$ ....(i) ଏବଂ $3x - y - 2 = 0$ ....(ii)

ସମୀକରଣ (i) $\Rightarrow 2x - y + 1 = 0$

ସମୀକରଣ (ii) $\Rightarrow 3x - y - 2 = 0$

$\underline{(-)\quad(+)\quad(+)}$

ବିୟୋଗ କଲେ $\quad -x + 3 = 0$

$\Rightarrow x = 3$

x ର ମାନକୁ ସମୀକରଣ (i) ରେ ପ୍ରୟୋଗ କଲେ $2 \times 3 - y + 1 = 0$

$\Rightarrow y = 7$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ଭଗ୍ନାଂଶଟି = $\frac{3}{7}$

(ii) $(6x + 5)(x - 2) = 0$

$\Rightarrow 6x^2 - 12x + 5x - 10 = 0$

$\Rightarrow 6x^2 - 7x - 10 = 0$

ଏଠାରେ $a = 6,\ b = -7,\ c = -10$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4.6.(-10)}}{2 \times 6} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 240}}{12}$$

$$= \frac{7 \pm 17}{12}$$

$$\therefore \alpha = \frac{7 + 17}{12} = \frac{24}{12} = 2$$

$$\beta = \frac{7 - 17}{12} = \frac{-10}{12} = \frac{-5}{6}$$

$\therefore$ ନିର୍ଣ୍ଣେୟ ସମାଧାନ 2 ଓ $-\frac{5}{6}$

କିମ୍ବା

ମନେକର ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ = x ମି ଏବଂ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = (x + 8) ମି.

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର କ୍ଷେତ୍ରଫଳ = ଦୈର୍ଘ୍ୟ × ପ୍ରସ୍ଥ

ପ୍ରଶ୍ନାନୁଯାୟୀ $x(x + 8) = 240$

$\Rightarrow x^2 + 8x - 240 = 0 \quad \Rightarrow x^2 + 20x - 12x - 240 = 0$

$\Rightarrow x(x + 20) - 12(x + 20) = 0 \Rightarrow (x - 12)(x + 20) = 0$

$\Rightarrow x = 12$ କିମ୍ବା $x = -20$ (ଅସମ୍ଭବ)

$\therefore$ ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପ୍ରସ୍ଥ = 12 ମି. ଏବଂ ଦୈର୍ଘ୍ୟ = 20 ମି.

ଆୟତକ୍ଷେତ୍ରର ପରିସୀମା = 2 (ଦୈର୍ଘ୍ୟ + ପ୍ରସ୍ଥ) ମି.

= 2 (20+12) ମି. = 64 ମି.

3.(i) $t_n = 10n + 5$

$t_1 = 15,\ t_2 = 25$ ଓ $t_3 = 35$

$\therefore t_2 - t_1 = 25 - 15 = 10\ ,\ t_3 - t_2 = 35 - 25 = 10,$

$\therefore$ ଅନୁକ୍ରମଟି A.P.

ଏଠାରେ $a = 15$ ଏବଂ $d = 10$

$$S_n = \frac{n}{2}\{2a + (n-1)d\}$$

$$= \frac{n}{2}\{2 \times 15 + (n-1)10\} = \frac{n}{2}(30 + 10n - 10)$$

$$= \frac{n}{2}(10n + 20) = \frac{n}{2}10(n+2) = 5n(n+2)$$

$$= 5n^2 + 10n$$

କିମ୍ବା

$1 \times 3 + 2 \times 4 + 3 \times 5 + ...$

ଏଠାରେ $t_n = n(n+2)$

$= n^2 + 2n$

$\therefore S_n = \Sigma t_n = \Sigma n^2 + 2\Sigma n$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2\frac{n(n+1)}{2}$$

$$= n(n+1)\left\{\frac{2n+1}{6} + 1\right\} = \frac{n(n+1)(2n+7)}{6}$$

$$\therefore S_{10} = \frac{10(10+1)(20+7)}{6} = \frac{10 \times 11 \times 27}{6} = 495$$

(ii) ଏଠାରେ S = ସାମ୍ପଲ ସ୍ପେସ୍

$|S| = 36$

ମନେକର E ଏକ ଘଟଣା ଯେଉଁଠି ପଡୁଥିବା ସଂଖ୍ୟା ଦୁଇଟିର ଯୋଗଫଳ ≥ 9

$E = \{(3,6)\ (4,5)\ (4,6)\ (5,4)\ (5,5)\ (5,6)\ (6,3)\ (6,4)\ (6,5)\ (6,6)\}$

$|E| = 10$

$$\therefore P(E) = \frac{|E|}{|S|} = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$$

କିମ୍ବା

ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $(k, -4)$ ଓ $(-3, 2)$

ଛେଦବିନ୍ଦୁର ସ୍ଥାନାଙ୍କ $(1, -2)$ ଛେଦିତାଂଶର ଅନୁପାତ = 1 : 2

ଏଠାରେ $x_1 = k,\ y_1 = -4,\ x_2 = -3,\ y_2 = 2$

$x = 1,\ y = -2,\ m = 1,\ n = 2$

$$x = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n}$$

$$1 = \frac{1 \times (-3) + 2 \times k}{1+2} \Rightarrow 3 = 2k - 3 \Rightarrow 2k = 6$$

$\therefore k = 3$

(iii)

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (y)	ବାରମ୍ବାରତା × ସଂଭାଗର ମଧ୍ୟବିନ୍ଦୁ (fy)
0-4	5	2	10
4-8	7	6	42
8-12	5	10	50
12-16	10	14	140
16-20	9	18	162
20-24	4	22	88

$\Sigma f = 40$ $\Sigma fy = 492$

ମାଧ୍ୟମାନ (m) $= \frac{\Sigma fy}{\Sigma f} = \frac{492}{40} = 12.3$

କିମ୍ବା

ସଂଭାଗ	ବାରମ୍ବାରତା (f)	ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା (cf)
0-10	4	4
10-20	9	13
20-30	10	23
30-40	14	37
40-50	7	44

$\Sigma f = 44$

$\therefore$ ମଧ୍ୟମ ସ୍ଥାନ (M) $= \frac{44}{2} = 22$ ତମ ସ୍ଥାନ

22 ରୁ ଠିକ୍ ବୃହତ୍ତର ରାଶିକୃତ ବାରମ୍ବାରତା = 23

$\therefore$ ମଧ୍ୟମା ସମ୍ଭାଗ = 20-30, $l = 20$, $f = 10$, $c = 13$, $i = 10$

$\therefore$ ମଧ୍ୟମା $(M_d) = l + \frac{m-c}{f} \times i$

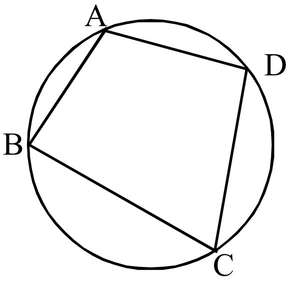
$$= 20 + \frac{22-13}{10} \times 10 = 20 + 9 = 29$$

4. (i) **ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜର ବିପରୀତ କୋଣମାନ ପରସ୍ପର ପରିପୂରକ ।**

ଦତ୍ତ : ABCD ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଚତୁର୍ଭୁଜ (ଚିତ୍ର)

ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : $m\angle A + m\angle C = 180^0$ ଏବଂ $m\angle B + m\angle D = 180^0$

ପ୍ରମାଣ: ABCD ଚତୁର୍ଭୁଜରେ $\overline{AC}$ ଓ $\overline{BD}$ କର୍ଣ୍ଣଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ ଛେଦ କରନ୍ତି



$\therefore$ B ଓ D ବିନ୍ଦୁ ଦ୍ୱୟ $\overline{AC}$ ର

ବିପରୀତ ପାର୍ଶ୍ୱରେ ଅବସ୍ଥିତ ।

$\Rightarrow$ $\overset{\frown}{ABC}$ ଓ $\overset{\frown}{ADC}$ ଦୁଇଟି ବିପରୀତ ଚାପ ।

ତେଣୁ ଚାପର ଡିଗ୍ରୀ ପରିମାପର ସଂଜ୍ଞାନୁସାରେ

$m\overset{\frown}{ABC} + m\overset{\frown}{ADC} = 360^0$

$\Rightarrow \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ABC} + \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ADC} = 180^0$ .... (1)

କିନ୍ତୁ $m\angle ADC = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ABC}$

ଏବଂ $m\angle ABC = \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ADC}$

$\Rightarrow m\angle ADC + m\angle ABC$

$= \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ABC} + \frac{1}{2}m\overset{\frown}{ADC} = 180^0$ ((1) ଦ୍ୱାରା)

କିନ୍ତୁ ଆମେ ଜାଣୁ ଯେ ଏକ ଚତୁର୍ଭୁଜରେ

$m\angle A + m\angle B + m\angle C + m\angle D = 360^0$

ସୁତରାଂ $m\angle BAD + m\angle BCD = 180^0$ (ପ୍ରମାଣିତ)

କିମ୍ୱା

ଏକ ବୃତ୍ତର ବହିଃସ୍ଥ କୌଣସି ଗୋଟିଏ ବିନ୍ଦୁ P ଦେଇ ବୃତ୍ତ ପ୍ରତି ଏକ ସ୍ପର୍ଶକ-ଖଣ୍ଡ $\overline{PT}$ ଏବଂ ଏକ ଛେଦକ $\overleftrightarrow{PAB}$ ଅଙ୍କିତ ହେଲେ, ଯଦି ଛେଦକଟି ବୃତ୍ତକୁ A ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରେ ତେବେ $PA \times PB = PT^2$ ।

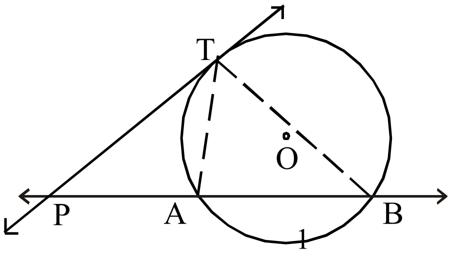
ଦତ୍ତ : TBA ବୃତ୍ତର କେନ୍ଦ୍ର O ଏବଂ P ବୃତ୍ତର

ବହିଃସ୍ଥ ଏକ ବିନ୍ଦୁ ।

P ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ ଅଙ୍କିତ ଛେଦକ,

ବୃତ୍ତକୁ A ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରେ

ଏବଂ $\overleftrightarrow{PT}$ ସ୍ପର୍ଶକ, ବୃତ୍ତକୁ T ବିନ୍ଦୁରେ ସ୍ପର୍ଶ କରେ ।



ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : $PA \times PB = PT^2$

ଅଙ୍କନ : $\overline{TA}$ ଓ $\overline{TB}$ ଅଙ୍କନ କରାଯାଉ ।

ପ୍ରମାଣ : TAB ବୃତ୍ତର T ବିନ୍ଦୁରେ $\overleftrightarrow{PT}$ ସ୍ପର୍ଶକ ଏବଂ $\overline{TA}$ ହେଉଛି ଏକ ସ୍ପର୍ଶବିନ୍ଦୁଗାମୀ ଜ୍ୟା ।

$\therefore m\angle PTA = m\angle TBA$

ΔPTA ଏବଂ ΔPBT ମଧ୍ୟରେ

$\because \begin{cases} m\angle TPA = m\angle TPB \text{ (ସାଧାରଣ କୋଣ) ଏବଂ} \\ m\angle PTA = m\angle TBP \end{cases}$

$\therefore \Delta PTA \sim \Delta PBT$ (କୋ-କୋ ସାଦୃଶ୍ୟ)

$\Rightarrow \frac{PA}{PT} = \frac{PT}{PB} = \frac{AT}{BT} \Rightarrow \frac{PA}{PT} = \frac{PT}{PB} \Rightarrow PA \times PB = PT^2$ (ପ୍ରମାଣିତ)

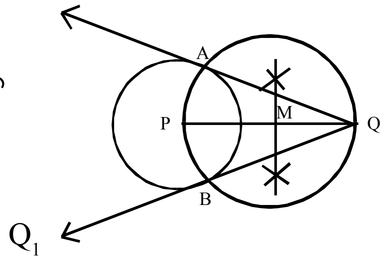
(ii) (i) 8 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ ରେଖାଖଣ୍ଡ $\overline{PQ}$ ଅଙ୍କନ

(ii) P କୁ କେନ୍ଦ୍ର କରି 3 ସେ.ମି. ବ୍ୟାସାର୍ଦ୍ଧ ବିଶିଷ୍ଟ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ

(iii) $\overline{PQ}$ କୁ ବ୍ୟାସ ନେଇ ଏକ ବୃତ୍ତ ଅଙ୍କନ

(iv) ବୃତ୍ତଦ୍ୱୟ ପରସ୍ପରକୁ A ଓ B ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦକରନ୍ତୁ

(v) $\overrightarrow{PA}$ ଓ $\overrightarrow{PB}$ ଦୁଇଟି ସ୍ପର୍ଶକ ଅଙ୍କନ



କିମ୍ବା

(i) 6.4 ସେ.ମି. ଦୀର୍ଘ $\overline{AB}$ ଅଙ୍କନ

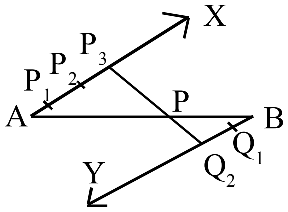
(ii) A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ $\overrightarrow{AX}$ ଓ B ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ $\overrightarrow{BY}$ (ଯେପରି $m\angle XAB = m\angle YBA$) ଅଙ୍କନ

(iii) $\overrightarrow{AX}$ ଉପରେ P_1, P_2, P_3 ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ ଯେପରିକି $AP_1 = P_1P_2 = P_2P_3$

(iv) $\overrightarrow{BY}$ ଉପରେ Q_1 ଓ Q_2 ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟକରିବା ଯେପରିକି

$AP_1 = BQ_1 = Q_1Q_2$

(v) $\overline{P_3Q_2}$ ଅଙ୍କନ କରିବା ଓ $\overline{AB}$ ଉପରେ P ବିନ୍ଦୁ ଚିହ୍ନଟ କରିବା ପାଇଁ



5. (i) **ଦତ୍ତ :** ΔABC ରେ $m\angle ABC = 90^0$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

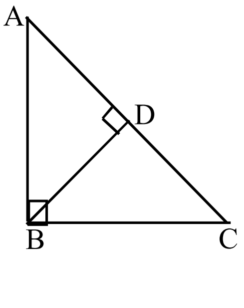
ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : $AB^2 : BC^2 = AD : DC$

ପ୍ରମାଣ: ΔABC ରେ $m\angle ABC = 90^0$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$

$\Rightarrow AB^2 = AD \times AC$ ଏବଂ $BC^2 = AC \times DC$

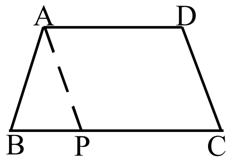
$\therefore \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{AD \times AC}{AC \times DC} = \frac{AD}{DC}$

$\therefore AB^2 : BC^2 = AD : DC$ (ପ୍ରମାଣିତ)



କିମ୍ବା, **ଦତ୍ତ :** ABCD ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍‌ରେ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

ପ୍ରାମାଣ୍ୟ : ABCD ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ।



ଅଙ୍କନ : A ବିନ୍ଦୁ ଦେଇ $\overline{AP} \parallel \overline{DC}$ ଅଙ୍କନ କରାଗଲା ।

ଏବଂ ତାହା $\overline{BC}$ କୁ P ବିନ୍ଦୁରେ ଛେଦ କରୁ ।

ପ୍ରମାଣ : $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ (ଦତ୍ତ), $\overline{AP} \parallel \overline{CD}$ (ଅଙ୍କନ)

ତେଣୁ APCD ଏକ ସାମାନ୍ତରିକ ଚିତ୍ର ।

$\therefore CD = AP$

ଦତ୍ତ ଅଛି $AB = CD \Rightarrow AB = AP$

$\Rightarrow m\angle ABP = m\angle APB$

ପୁନଶ୍ଚ $m\angle C + m\angle D = 180^0$

କିନ୍ତୁ $m\angle C = m\angle APB = m\angle ABP, \ \therefore \ m\angle B + m\angle D = 180^0$

$\therefore$ ABCD ଏକ ବୃତ୍ତାନ୍ତର୍ଲିଖିତ ଟ୍ରାପିଜିୟମ୍ ।

(ii) $7A = 4A + 3A$

$\Rightarrow \tan 7A = \tan (4A + 3A)$

$$\Rightarrow \tan 7A = \frac{\tan 4A + \tan 3A}{1 - \tan 4A . \tan 3A}$$

$\Rightarrow \tan 7A\,(1 - \tan 4A.\ \tan 3A) = \tan 4A + \tan 3A$

$\Rightarrow \tan 7A - \tan 7A.\ \tan 4A\ .\ \tan 3A = \tan 4A + \tan 3A$

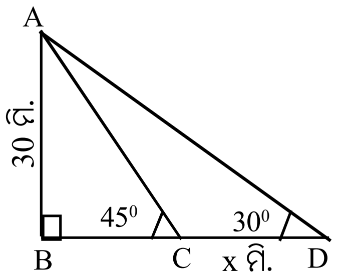
$\Rightarrow \tan 7A - \tan 4A - \tan 3A = \tan 7A.\ \tan 4A.\ \tan 3A$

$\therefore \tan 7A\ .\ \tan 4A.\ \tan 3A = \tan A - \tan 4A - \tan 3A$

କିମ୍ବା, AB ସ୍ତମ୍ଭର ଉଚ୍ଚତା = 30 ମି.

ସ୍ତମ୍ଭଠାରୁ ଏକ ସମତଳରେ ଅବସ୍ଥିତ ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ C ଓ D

$m\angle ACB = 45^0, m\angle ADB = 30^0$



ମନେକର CD = x ମିଟର

ABCସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan 45^0 = \frac{AB}{BC}$

$\Rightarrow 1 = \frac{30}{BC} \Rightarrow BC = 30$ ମି.

ABD ସମକୋଣୀ ତ୍ରିଭୁଜରେ $\tan 30^0 = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{30}{30 + x}$

$\Rightarrow 30 + x = 30\sqrt{3} \Rightarrow x = 30\sqrt{3} - 30 = 30\,(\sqrt{3} - 1)$ ମିଟର

ବିନ୍ଦୁଦ୍ୱୟ ମଧ୍ୟରେ ଦୂରତା $30\,(\sqrt{3} - 1)$ ମି

====